АКАДЕМИЯ НАУК СССР

Институт социологических исследований

С.А. Клигер

М.С. Косолапов

Ю.Н. Толстова

Шкалирование при сборе и анализе социологической информации

Издательство «Наука»

Москва

1978

В монографии анализируются методологические и методические основы шкалирования при сборе и обработке данных социологического исследования, выявляется специфика одномерного и многомерного социологического измерения, описываются методы, с помощью которых производится шкалирование качественных социологических признаков.

Научные редакторы:

Доктор технических наук **В.Н. Варыгин,**

Доктор философских наук **Н.С. Мансуров**

С.Л. Клигер, М.С. Косолапов, Ю.Н. Толстова

Шкалирование при сборе и анализе социологической информации

Утверждено к печати

Институтом социологических исследований

Редактор *Л.И. Льняная* Художественный редактор *И.К. Капралова*

Технический редактор *Т.С. Жарикова*. Корректор *И.А. Талалай*

ИБ № 5483

Сдано в набор 22.05.78 Подписано к печати 31.07.73. Т-08582. формат 60x841/16

Бумага типографская № 1. Гарнитура латинская. Печать высокая

Усл. печ. л. 6,51. Уч.-изд. л. 7,1 Тираж 3250 экз. Тип. зак. 587

Цена 70 к.

Издательство "Наука", 117485, Москва, В-485, Профсоюзная ул., 94а

2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10

$K\frac{10505-244}{042(02)-78}226-78$

Предисловие

Социальная политика Коммунистической партии в условиях развитого социализма предусматривает более полное удовлетворение материальных и духовных потребностей народа, последовательное развитие социалистического образа жизни, совершенствование социальной структуры советского общества. Для реализации комплексной социальной программы, намеченной XXV съездом КПСС, необходимо проведение широких социологических исследований и внедрение их результатов в практику коммунистического строительства[1].

На XXV съезде КПСС десятая пятилетка провозглашена пятилеткой эффективности и качества. Призыв Партии к всемерному и резкому повышению качества и эффективности относится не только к промышленному производству, но и к научным, в частности социологическим, исследованиям[2]. Партийные, государственные, хозяйственные и общественные организации, функции которых состоят в реализации социальной политики Партии, в своей деятельности все больше опираются на выводы социологических исследований. Если социологические данные достоверны, удовлетворяют научным критериям обоснованности и надежности, получены наиболее экономичным путем с помощью апробированных методик, они могут способствовать принятию оптимальных решений.

Но иногда эта социологическая информация искажается из-за ошибок, допущенных на этапе сбора данных (невыполнение требования репрезентативности, неправильная формулировка вопросов в анкетах и т.д.). Недостоверные результаты могут возникнуть и в процессе анализа социологических данных из-за неадекватной обработки и интерпретации. Часто отсутствует возможность сопоставления результатов различных исследований по одной и той же проблеме. Мало внимания уделяется проблеме экономичности социологического исследования, что приводит к несоответствию между значительными затратами на проведение исследования и почти тривиальными, не имеющими большого научного значения результатами. Поэтому проблема повышения качества и эффективности социологических исследовании стоит сегодня довольно остро[3].

Настоящая монография посвящена сравнительно узкой, но чрезвычайно важной для решения комплекса проблем повышения качества социологической информации теме: анализу процесса шкалирования и различных форм его реализации на этапах сбора и обработки данных. Некоторые вопросы, связанные с измерением социальных характеристик, особенно относящиеся к методологии измерения, неоднократно ставились как в

[1] См.: *Волков Ю.Е.* Социальная политика КПСС и некоторые проблемы социологических исследований.— Социологические исследования, 1976, № 2.
[2] См.: Материалы XXV съезда КПСС. М., 1976, с. 213.

отечественной, так и в зарубежной литературе. Характер отечественных публикаций по этим проблемам свидетельствует о большом интересе исследователей именно к методологической стороне вопроса и осмыслению процессов измерения в общественных науках. Можно выделить по крайней мере два направления, по которым развивается изучение проблем социологического измерения в последние 10 лет.

Первое из них можно условно назвать теоретико-методологическим. Советские ученые — социологи, философы, психологи — вносят большой вклад в развитие марксистской категории качества, количества, меры. Особое внимание уделяется критике с марксистских методологических позиций позитивистских подходов к измерению в социологии. В рамках этого направления разрабатываются вопросы, связанные с изучением самого процесса измерения: взаимодействие наблюдателя с изучаемым объектом, отличие естественнонаучных методов измерения от методов измерения в общественных науках. Ведется дискуссия о возможностях и границах применения математических методов в социологических исследованиях, анализируется природа качественных и количественных признаков социальных объектов и возможности квантификации первых и т.д. Второе направление исследований можно назвать эмпирическим, или процедурным. Здесь измерение рассматривается как построение шкал, позволяющих приписывать количественные оценки качественным признакам измеряемых объектов, и проводится сравнение некоторых методов измерения между собой. Число отечественных исследований, связанных со вторым направлением в изучении проблем социологического измерения, в последние годы возросло. Тем не менее количество статей по этим вопросам не превышает двух-трех десятков, а монографий, специально посвященных методическим проблемам шкалирования на этапах сбора и обработки социологической информации, почти нет.

Что касается многочисленных зарубежных, особенно американских, исследований по проблемам измерения, то им присущи по крайней мере три недостатка, не позволяющие использовать некоторые результаты этих исследований в советской социологии.

Во-первых — и это самое главное — отсутствие единой методологической основы при изучении процессов измерения в социальных науках. Измерения базируются на самых разных концептуальных схемах. Как в терминологическом аппарате, так и в самих концепциях измерения существует большая путаница[4].

Во-вторых, большинство измерений и шкал строятся на психологическом материале. Измеряются такие сугубо психологические характеристики, как стремление к достижениям,

---

[3] Проблемам качества социологической информации советские исследователи уделяют все больше внимания; см., например: Волович В.И. Надежность информации в социологическом исследовании. Киев, 1974.

[4] Об этом свидетельствует хотя бы такой красноречивый факт: по данным Лоджа *(Lorge I.* The Fundamental Nature of Measurement. Washington, 1951), исследовавшего научные тексты, оказалось, что в выборке из 2,5 миллионов слов слово «measure» (мера, измерение, масштаб) встретилось более 400 раз и использовалось в 40 различных смыслах и значениях.

авторитарность и степень отчуждения личности, мотивация поведения и т.п. Такой подход традиционен для американской социологии, так как наиболее показательные результаты в области измерения получены психологами и психофизиками.

В-третьих, некоторые исследования характеризуются недостатком стандартизированных измерительных процедур. Это объясняется отсутствием единой методологической базы измерения[5].

Авторы настоящей монографии не предполагали рассмотреть все концепции, имеющие отношение к проблеме измерения в социологии. Базируясь на марксистской методологии, мы обратились к тем аспектам проблемы измерения, которые непосредственно связаны с практическими нуждами социологов. Нами была поставлена задача представить шкалирование как цельный и единый процесс, пронизывающий этапы как сбора, так и анализа социологической информации. Для этого проводится последовательный анализ формальных аспектов теории измерений, эмпирических и числовых систем с отношениями, вопроса о допустимых преобразованиях и разрешенных операциях для различных типов шкал. Подчеркнем, что без знания социологами элементов теории измерения невозможно установить соответствие математического аппарата конкретным социологическим данным.

Кроме того, мы стремились представить процесс шкалирования в виде конкретных этапов его реализации, начиная с принятия решения о том, будут ли числа приписываться объектам, внешним по отношению к исследуемой совокупности людей, или же внутренним (личностным) характеристикам индивидов, и кончая получением чисел на числовой оси и их интерпретацией. И, наконец, в нашу задачу входило показать практическую необходимость для социологов знания методов шкалирования и умения ими пользоваться.

Монография условно делится на две части. В первой части (главы I и II) рассматриваются основы шкалирования, элементы теории измерения и разрабатывается концепция шкалирования как единого процесса. Авторы старались по мере возможности учесть опыт использования шкал в отечественной социологической практике и показать, к каким типам данных приводит та или иная процедура сбора, то или иное предположение о характере поведения респондента.

Во второй части (главы III и IV) в сжатой форме излагаются одномерные и многомерные методы шкалирования. Включение в монографию этих методов объясняется двумя соображениями: их практической и теоретической важностью для социологической практики, а также соотнесенностью с выделенными типами данных (иными словами, чтобы

---

[5] Интересно в этом отношении исследование Бонжина и его коллег *(Bonjean C. M., Hill R. J., McLemore S. D.* Sociological Measurement. San Francisco, 1967). Они проанализировали большой массив использованных шкал за период с 1954 по 1965 г. на основе публикаций в главных социологических журналах США. Оказалось, что для 3609 попыток измерения было использовано около 2100 различных шкал и лишь 28% этих шкал использовались более чем один раз.

каждый тип данных нашел свое отражение в методе). При этом использовались данные и примеры из нашей социологической практики.

При изложении авторы не стремились к математической строгости при обсуждении всех вопросов. Монография рассчитана на социологов и не требует специальной математической подготовки читателя. Однако, учитывая, что часть читателей будет знакомиться со шкалированием впервые и некоторые аспекты теории измерения не могут быть изложены без привлечения математического аппарата, мы сочли необходимым изложить ряд вопросов в формализованной постановке.

Авторы глубоко признательны всем принявшим участие в обсуждении рукописи монографии и высказавшим ряд полезных замечаний и предложений.

Глава первая. Основы шкалирования

1. Измерение и шкалирование

Роль теории измерений в социологии. Измерение в социологии — одна из наиболее важных проблем, от решения которой во многом зависит успех конкретного исследования, качество получаемой социологической информации. Необходимость измерения социальных характеристик объясняется как теоретико-методологическими, так и практическими соображениями.

Для социолога-марксиста одним из основных методологических принципов является необходимость изучения всякого явления или процесса в диалектическом единстве его качественных и количественных сторон. Например, исследуя сплоченность трудовых коллективов, необходимо сначала сосредоточить внимание на качественной стороне этой сплоченности, определить, что именно понимается под сплоченностью (совпадение интересов членов коллектива, отношения взаимопомощи, соотношение личного и общественного в коллективе и т.д.). Затем необходимо проанализировать и количественную сторону сплоченности (измерить уровень совпадения интересов членов коллектива, сравнить такие уровни для различных коллективов и т.д.). Только при таком подходе возможно сделать подлинно научные выводы[1].

Главное практическое преимущество, которое достигается в результате измерения социальных характеристик, состоит в возможности использования математических средств анализа для дальнейшего изучения социальных явлений.

Исходные данные, получаемые социологом при сборе эмпирической информации, обычно носят так называемый качественный характер. Это существенно ограничивает возможности применения для их анализа традиционного математического аппарата.

«Качественность» исходных данных часто обусловливается природой соответствующего социального явления (социальной характеристики). Например, такой признак, как пол, в принципе не может быть измерен иначе как по номинальной шкале. Однако не менее часто встречается и другая ситуация, когда низкий тип шкал объясняется сложностью осуществления измерения более высокого уровня. Примерами соответствующих характеристик могут служить удовлетворенность работой, привлекательность различных

[1] В буржуазной эмпирической социологии существует целый ряд представлений о принципах измерения социальных характеристик. Отсутствие единой методологической базы для измерения в социальных науках часто приводит либо к гипертрофированию количественных сторон процессов, либо к позитивистским трактовкам измерения, когда предполагается логическая эквивалентность определения переменной и ее измерения.

профессий и т.д. Для таких характеристик можно предположить, что выбор соответствующего способа сбора и анализа исходной информации позволит получить шкалу более высокого типа, чем порядковая. Построению таких шкал может способствовать применение идей теории измерений[2], позволяющей доказать возможность получения шкалы (т.е. возможность моделирования интересующих исследователя сторон реальных процессов с помощью числовых структур) для совокупности реальных объектов, связанных друг с другом определенными отношениями, а также определить ее тип.

Отметим, что сложной задачей является определение того, какой математический метод может быть использован для анализа данных, полученных по той или иной шкале. Решение этой задачи также может быть осуществлено с помощью теории измерений.

Такой подход, как нам представляется, отвечает пониманию измерения как моделирования с помощью чисел. Построение шкалы с учетом этой теории позволяет конструктивно выделить моменты реальности, отражаемые в числовой модели, и отделить от них моменты, от которых исследователь в процессе моделирования абстрагируется. Это дает возможность, изучая интересующие социолога процессы, эффективно учитывать диалектическое единство их качественных и количественных сторон. Перейдем к формулировке некоторых основных понятий.

Системы с отношениями. Определение шкалы, шкалирования, измерения. Будем рассматривать различные множества объектов произвольной природы. Единственное требование, предъявляемое к каждому из рассматриваемых множеств, будет состоять в том, что оно должно определяться каким-либо очевидным образом. Примерами множеств являются: множество действительных чисел; изучаемая социологом совокупность респондентов; набор профессий, престижность которых в данной группе интересует исследователя и т.д. Множества, элементами которых служат действительные числа, будем называть *числовыми.* Остальные рассматриваемые множества назовем *эмпирическими,* а их элементы — *эмпирическими объектами.* Объектом изучения социолога обычно являются эмпирические множества. При этом исследователя чаще всего интересуют не элементы этих множеств, а лишь некоторые *отношения* между ними. Например, если социолога интересуют оценки какой-либо группы людей некоторых профессий, то обычно эти оценки бывают ему нужны лишь для того, чтобы определить, какая из профессий пользуется большей, а какая — меньшей популярностью, равна ли разница престижностей некоторых двух профессий *a и b* разнице престижностей профессии *a* и некоторой третьей профессии *c* и т.д.

---

[2] См.: *Пфанцагль И.* Теория измерений. М., 1976; *Суппес П., Зинес Дж.* Основы теории измерений.— В кн.: Психологические измерения. М., 1967.

Отношения между элементами числовых множеств будем называть *числовыми,* а отношения между элементами эмпирических множеств — *эмпирическими.*

На любом множестве, как эмпирическом, так и числовом, содержащем более одного элемента, может быть задано бесконечное множество различных отношений. Однако исследователя обычно интересуют лишь очень немногие из них. Произвольное множество вместе с выделенными на нем отношениями будем называть *системой с отношениями.* Само множество назовем *носителем* этой системы, а его элементы — *элементами* рассматриваемой системы с отношениями.

Заметим, что одно и то же отношение на рассматриваемом множестве объектов иногда может быть задано не одним, а несколькими способами (это характерно, например, для отношения порядка). Ниже, говоря о различных отношениях, мы будем предполагать, что рассматриваемые отношения различны не только по форме их задания, но и по существу.

Системы с отношениями, носителями которых служат эмпирические множества, будем называть *эмпирическими системами с отношениями.*

Приведем примеры эмпирических систем с отношениями.

Пример 1. Носителем рассматриваемых систем с отношениями служит некоторая совокупность респондентов. На этом множестве можно определить, например, следующие отношения:

(А) респонденты a и b одинаково удовлетворены своей работой;

(Б) респондент a в большей степени удовлетворен своей работой, чем респондент b;

(В) разница между удовлетворенностями респондентов a и b больше таковой для респондентов c и d.

Системами с отношениями, носителем которых служит рассматриваемое множество, являются: $\boldsymbol{U}_1$— система с отношением (А); $\boldsymbol{U}_2$ — система с отношениями (А) и (Б); $\boldsymbol{U}_3$ — система с отношениями (А), (Б) и (В).

Пример 2. В качестве носителя систем с отношениями рассмотрим некоторое множество профессий. На этом множестве могут быть определены следующие отношения:

(А) профессии a и b одинаково нравятся данной совокупности людей;

(Б) профессия a для данной совокупности людей является более привлекательной, чем профессия b;

(В) профессия c по привлекательности для данной совокупности людей находится посередине между профессиями a и b (т.е. различие между привлекательностями профессий c и a равно аналогичному различию для профессий b и c).

Системами с отношениями могут служить следующие эмпирические системы с рассматриваемым множеством-носителем: $\boldsymbol{B}_1$ — система с отношением (А); $\boldsymbol{B}_2$ — система с отношениями (А) и (Б); $\boldsymbol{B}_3$ — система с отношениями (А), (Б) и (В).

Системы с отношениями, носителями которых служат какие-либо числовые множества, назовем *числовыми системами с отношениями.*

Приведем пример.

Пример 3. Носителем рассматриваемых систем с отношениями служит множество действительных чисел. Примерами отношений на этом множестве служат следующие арифметические отношения (a, b, c и d — произвольные переменные, принимающие действительные значения):

(А) $a = b$;

(Б) $a > b$;

(В) $|a - b| > |c - d|$;

(Г) $(a + b)/2 = c$.

Системами с отношениями, носителем которых является множество действительных чисел, служат: $\boldsymbol{G}_1$ — система с отношением (А); $\boldsymbol{G}_2$ — система с отношениями (А) и (Б); $\boldsymbol{G}_3$ — система с отношениями (А), (Б) и (В); $\boldsymbol{G}_4$ — система с отношениями (А), (Б) и (Г).

Мы определили числовые системы с отношениями, которые называются одномерными. Однако в социологии часто возникает потребность рассмотрения многомерных числовых систем. Введем соответствующие определения.

Пусть $D_1, D_2, \ldots, D_P$ — некоторые множества действительных чисел ($p \geq 1$ — количество рассматриваемых множеств). Будем называть *многомерной числовой системой* такую систему, носителем которой служит множество всевозможных наборов вида (d_1 $d_2, \ldots$ $\ldots, d_p$), где d_1—элемент множества D_1; d_2 — элемент множества D_2 и т.д. Множество-носитель назовем *многомерным пространством,* а число *p — размерностью* рассматриваемой числовой системы (многомерного пространства).

Одномерные системы с отношениями являются частным случаем многомерных ($p = 1$).

Приведем пример двумерной числовой системы.

Пример 4. Носителем рассматриваемой числовой системы служит множество точек плоскости, каждая из которых задана парой своих координат, принимающих любое действительное значение. Следовательно, множества D_1 и D_2 совпадают друг с другом: каждое из них является множеством действительных чисел. Примером отношения на таком множестве-носителе может служить следующее отношение: расстояние между точками *a и b* меньше, чем расстояние между точками c и d.

Пусть носителями некоторых систем с отношениями $\boldsymbol{U}$ и $\boldsymbol{B}$ являются множества *А и В* соответственно. Назовем *отображением* системы $\boldsymbol{U}$ в систему $\boldsymbol{B}$ правило *h,* ставящее в соответствие каждому объекту *a* из множества *А* некоторый однозначно определенный объект *b = h (a)* из множества *В* таким образом, что произвольное отношение из $\boldsymbol{U}$ переходит в некоторое соответствующее ему отношение из $\boldsymbol{B}$[3].

Приведем пример отображения эмпирической системы с отношениями в числовую.

Пример 5. Рассмотрим эмпирическую систему с отношениями $\boldsymbol{B}_3$ из примера 2 (т.е. множество профессий, рассматриваемых как носители привлекательности для некоторой группы респондентов, с отношениями равенства, «больше» и «находится посередине» между ними) и числовую систему $\boldsymbol{G}_4$ из примера 3 (множество действительных чисел с аналогичными отношениями между числами). Предположим, что мы построили такое отображение *h* множества профессий в множество действительных чисел, которое удовлетворяет следующим условиям:

а) если привлекательность профессии *a* равна привлекательности профессии *b,* то *h (a) — h (b),* т.е. обеим профессиям соответствует одно и то же число. И обратно: из равенства *h (a) = h (b)* следует равенство привлекательностей профессий *a* и *b;*

б) если профессия *a* более привлекательна, чем профессия *b,* то *h (a) > h (b),* т.е. первой профессии соответствует большее число, чем второй. И обратно: из неравенства *h (a) > h (b)* следует, что профессия *a* является более привлекательной, чем профессия *b;*

в) если профессия *c* по привлекательности находится посередине между профессиями *a* и *b,* то *h (c) = (h (a) + h (b))/2.*

Нетрудно проверить, что такое отображение будет отображением системы $\boldsymbol{B}_3$ в систему $\boldsymbol{G}_4$, при котором отношения (А), (Б) и (В) из примера 2 переходят соответственно в отношения (А), (Б) и (Г) из примера 3.

Назовем *одномерной шкалой* отображение произвольной эмпирической системы с отношениями в числовую систему с отношениями, носителем которой является множество всех действительных чисел. Задание такой шкалы предусматривает обязательное задание определенной эмпирической системы с отношениями и определенной числовой системы с отношениями, в которую эта эмпирическая система отображается. Поэтому иногда шкалу определяют как триаду $<\boldsymbol{U}, \boldsymbol{B}, h>$, где $\boldsymbol{U}$ — рассматриваемая эмпирическая система с

---

[3] Подобные отображения в математике носят название гомоморфных (гомоморфизмов). О роли гомоморфных отображений в процессе моделирования см.: *Гостев Ю.А.* Гомоморфизмы и модели. Логико-алгебраические аспекты моделирования. М., 1975.

отношениями; ***B*** — некоторая числовая система с отношениями; h — отображение первой во вторую[4].

С помощью одномерной шкалы каждому изучаемому объекту ставится в соответствие некоторое число. Будем называть это число шкальным значением объекта.

Если эмпирическая система с отношениями с помощью шкалы отображается в многомерную числовую систему, то такая шкала будет называться *многомерной.* С помощью многомерной шкалы каждому объекту ставится в соответствие последовательность чисел.

Алгоритм, согласно которому каждому эмпирическому объекту в процессе построения шкалы ставится в соответствие некоторое число (или совокупность чисел), будем называть *способом (методом) шкалирования.* Процесс приписывания чисел конкретным эмпирическим объектам в соответствии с уже разработанным способом шкалирования будем называть *измерением.* Элементы рассматриваемой эмпирической системы иногда для краткости будем называть *измеряемыми объектами.*

Построение эмпирических систем с отношениями в социологии иногда является довольно сложным делом, требующим значительных усилий как социологов, так и математиков. Но этот этап работы обязательно должен предшествовать построению шкалы, поэтому будем считать процесс построения эмпирической системы частью общего алгоритма шкалирования[5]. Таким образом, шкалирование — это алгоритм, состоящий из двух частей: способа построения эмпирической системы с отношениями и непосредственно метода шкалирования. Ниже вместо термина «шкалирование» будем иногда употреблять термин «процесс шкалирования», а названные части алгоритма шкалирования будем называть этапами этого процесса.

В соответствии со сложившейся в социологической литературе традицией иногда мы будем называть шкалой совокупность возможных шкальных значений интересующих исследователя объектов. Имея в виду именно такой смысл термина «шкала», будем говорить об отображении на шкалу, о начале и конце шкалы и т.д.

Виды отношений в эмпирических системах. Интересующие социолога отношения в эмпирических системах, как правило, являются отношениями, в которые вступают рассматриваемые эмпирические объекты как носители определенных признаков (свойств,

[4] См.: *Суппес П.*, *Зинес Дж.* Основы теории измерений.

[5] Иногда интересующий социолога фрагмент действительности не удается описать в терминах эмпирических систем с отношениями (см.: *Пфанцагль И*. Теория измерений, гл. 10).

характеристик). В таких случаях приписывание объектам шкальных значений можно считать *измерением значений, соответствующих его признаку*[6].

В социологических задачах иногда встречается ситуация, когда при отображении эмпирической системы в одномерную числовую систему невозможно сохранить эмпирические отношения. Сохранить эти отношения удается только при отображении эмпирической системы в многомерную числовую систему (т.е. размерность ее будет больше 1)[7].

Ниже в числе других мы будем рассматривать эмпирические отношения двух видов (эти отношения чаще всего являются отношениями, в которые изучаемые объекты вступают друг с другом как носители определенного рассматриваемого социологом признака).

Отношения, определяемые функцией. Таким отношением является, например, отношение (В) из примера 2. Оно определяется заданной на множестве всех профессий функцией от двух аргументов, значением которой служит профессия, по своей привлекательности находящаяся посередине между профессиями, служащими ее аргументами.

Отношения, связанные с определением расстояний между эмпирическими объектами. Таким отношением является отношение (В) из примера 1. Расстоянием между респондентами служит разница между их удовлетворенностями своей работой.

Измерение как моделирование. Как отмечалось, числовую систему с отношениями, в которую отображается изучаемая эмпирическая система, можно рассматривать как числовую модель последней. Основная цель такого моделирования — создание возможности применения математического аппарата для анализа социальных явлений.

Использование математических методов после осуществления измерения происходит всегда. В любом случае исследователь производит те или иные операции над числами, начиная с простого сравнения их по величине и кончая применением сложных методов математической статистики и других ветвей математики[8]. Для того чтобы применение

---

[6] В тех случаях, когда значения признака получаются с помощью каких-либо оценок рассматриваемых объектов, даваемых респондентами, часто говорят о расположении этих объектов на психологическом континууме. Под психологическим континуумом понимается непрерывная протяженность, вдоль которой человек оценивает различные свойства объектов с точки зрения своего субъективного восприятия. Например, при оценке набора профессий по привлекательности индивид располагает их вдоль континуума привлекательности. Во всех задачах, связанных с социологическим измерением, существование психологического континуума (не всегда одномерного) постулируется.

[7] При многомерном шкалировании иногда употребляется термин «многомерный континуум», смысл которого аналогичен смыслу одномерного континуума.

[8] Отображая элементы изучаемых эмпирических систем в числа, мы предполагаем, что известных математических свойств чисел достаточно для того, чтобы адекватно описать любую рассматриваемую эмпирическую систему. Однако теоретически можно предположить, что это утверждение неверно для некоторых интересующих социолога эмпирических систем. В таких случаях может возникнуть потребность в

математики было более эффективным, необходимо, во-первых, правильно определить, насколько числовая модель соответствует реальности; во-вторых, доказать, что применение используемого математического аппарата адекватно решаемой социологической задаче, т.е. доказать, что результаты, которые мы получили, применив этот аппарат (обращаясь со шкальными значениями, как с обычными числами), можно будет интерпретировать в соответствии с характером используемого метода. Мы рассмотрим только первую задачу[9].

Переходя к обсуждению вопроса о качестве числовой модели, заметим, что эмпирическая система с отношениями является некоторым «срезом» с действительности[10]. Задание эмпирической системы с отношениями предполагает выделение составляющих ее элементов и фиксацию определенных отношений между ними. Относительно выбора множества-носителя эмпирической системы заметим следующее. Социолог обычно имеет дело с весьма ограниченной совокупностью объектов, определяемой содержательным характером задачи, методикой сбора информации и т.д. И ему важно знать, какие числа ставятся в соответствие именно этим объектам. Однако, строя алгоритм шкалирования, вряд ли имеет смысл требовать, чтобы он «работал» только для такой ограниченной совокупности эмпирических объектов. Поясним это на примере.

Рассмотрим эмпирическую систему $\boldsymbol{U}_2$ из примера 1. Предположим, что она содержит 1000 респондентов. Обозначим их через a_1 ,a_2,. . ., a_{1000} и допустим, что удовлетворенность респондента своей работой тем больше, чем больше его порядковый номер (респонденты с различными номерами могут иметь и одинаковую удовлетворенность). Пусть некоторый алгоритм шкалирования ставит в соответствие каждому респонденту число таким образом, что отношения равенства (неравенства) и порядка между рассматриваемыми респондентами (по их удовлетворенности своей работой) переходят в одноименные отношения между числами. Предположим, что некоторому 1001-му респонденту (не входящему в рассматриваемую эмпирическую систему), удовлетворенному своей работой больше, чем a_2, но меньше, чем a_3, этот алгоритм поставит в соответствие число, не находящееся между шкальными значениями респондентов a_2 и a_3. Тогда мы вряд ли сможем считать его пригодным для решения подобной задачи. Допустив возможность использования таких алгоритмов, мы тем самым неоправданно с содержательной точки зрения ограничим круг потенциальных респондентов, лишим себя возможности сопоставлять результаты разных

таком «измерении», которое состоит в отображении эмпирической системы не в числовую, а в какую-либо другую систему — в множество формул какого-либо логического исчисления, в множество слов некоторого языка и т.д. (см.: *Воронов Ю.П.*, *Ершова Н.П.* Общие принципы социологического измерения.— В кн.: Измерение и моделирование в социологии. Новосибирск. 1969, с. 3—15).

[9] Вторая задача рассматривается в параграфах 2 и 3 настоящей главы.

[10] См.: Б*ородкин Ф.М., Миркин В.Г.* Эмпирическое описание в социологии.— В кн.: Математика и социология. Новосибирск, 1969.

исследований и т.д. Чтобы избежать подобных недоразумений, необходимо использовать только те алгоритмы шкалирования, которые рассчитаны на достаточно полные совокупности эмпирических объектов[11]. Мы будем рассматривать только такие алгоритмы.

Сделаем теперь некоторые замечания относительно фиксирования исследователем отношений между изучаемыми эмпирическими объектами.

Цели исследования, уровень знания социолога о действительности, владения им методами шкалирования, возможности практической реализации этих методов определяют круг фиксируемых исследователем отношений между изучаемыми объектами и обусловливают возможность выделения различных отношений между одними и теми же объектами в процессе построения эмпирической системы с отношениями.

Так, даже теоретически зная, что между удовлетворенностями работников некоторого предприятия своей работой (точнее, между самими работниками, рассматриваемыми как носители такой удовлетворенности) существует громадное множество различных отношений, мы можем ограничиться лишь отношениями равенства между удовлетворенностями (и получить эмпирическую систему $\boldsymbol{U}_1$ из примера 1) либо отношениями равенства и порядка (и получить эмпирическую систему $\boldsymbol{U}_2$) и т.д. Причины рассмотрения лишь небольшого числа отношений могут быть различными: другие отношения просто не интересуют исследователя (цели исследования достаточно «грубы»); исследователь не знает о существовании некоторых отношений в изучаемой эмпирической системе или не умеет выяснить, какие эмпирические объекты находятся друг с другом в интересующих его отношениях, и ставить в соответствие эмпирическим объектам числа таким образом, чтобы эти отношения сохранялись; исследователя привлекает сравнительная простота какого-то конкретного способа практического построения шкалы, позволяющего отразить в числовую систему лишь небольшое количество эмпирических отношений (естественно, чем меньше эмпирических отношений исследователь считает нужным отобразить в числовые, тем более примитивными способами шкалирования он может пользоваться). Для того чтобы применение каких бы то ни было математических методов к шкальным значениям было эффективным, исследователь должен четко выделить, какие именно эмпирические отношения он отображает в числовые в процессе измерения. Отношения, которые исследователь считает нужным учесть при сопоставлении чисел с рассматриваемыми объектами, должны входить в определение построенной эмпирической системы. Строя ее, исследователь четко выделяет те моменты действительности, которые он

---

[11] Заметим, что именно такую полноту совокупности эмпирических объектов, понятие которой переведено на формальный язык, предполагают те теоремы теории измерений, которые устанавливают условия существования шкал различных типов.

хочет моделировать. Эмпирическая система выступает, таким образом, как моделируемый фрагмент действительности.

2. Допустимые преобразования и типы шкал. Уровни измерения

Неоднозначность шкальных значений. Определение допустимых преобразований и типов шкал. Как следует из определения шкалы, единственное требование, предъявляемое к числам, служащим шкальными значениями каких-либо объектов, состоит в том, чтобы рассматриваемые эмпирические отношения переходили в соответствующие им числовые отношения. Нетрудно заметить, что это условие не позволяет однозначно определить шкальные значения. Чтобы пояснить это, рассмотрим эмпирические системы $\boldsymbol{U}_1$, $\boldsymbol{U}_2$ и $\boldsymbol{U}_3$ из примера 1. Пусть носителем всех трех систем является множество респондентов $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$. Для определенности предположим, что респонденты a_1 и a_2, а также a_3 и a_5 одинаково удовлетворены своей работой; респондент a_1 удовлетворен больше, чем респондент a_3, респондент a_3 — больше, чем a_4; разница между удовлетворенностями респондентов a_2 и a_3 больше таковой для респондентов a_3 и a_4.

При отображении рассматриваемых эмпирических систем в числовые представляется естественным эмпирическим отношениям равенства и «больше» поставить в соответствие одноименные числовые отношения, а отношению (В) — числовое отношение, состоящее в том, что разность между числами, соответствующими объектам a и b, больше разности между числами, соответствующими объектам c и d. При построении шкал будем стремиться к тому, чтобы это было выполнено.

Условие для нахождения шкальных значений объектов из $\boldsymbol{U}_1$ состоит в том, чтобы респондентам, одинаково удовлетворенным работой, соответствовали равные числа, а респондентам, не одинаково удовлетворенным работой, — не равные числа. Такому условию будет удовлетворять, например, любая из совокупностей шкальных значений (для объектов a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 соответственно)

(1, 1, 7, 21, 7), (28, 28, 4, 5, 4) и т.д. (1)

При построении шкалы для эмпирической системы $\boldsymbol{U}_2$ требуется, чтобы в числовой системе были сохранены не только отношения равенства (неравенства), но также и отношения порядка между удовлетворенностями респондентов. Эти требования будут удовлетворены, если в качестве шкальных значений рассматриваемых объектов будут выступать элементы любой из совокупностей чисел:

(3, 3, 2, 1, 2), (24, 24, 15, 8, 15) и т.д. (2)

К шкальным значениям эмпирической системы $\boldsymbol{U}_3$, помимо требований, которым должны удовлетворять шкальные значения объектов систем $\boldsymbol{U}_1$ и $\boldsymbol{U}_2$, добавляется требование сохранения отношения (В). Нетрудно проверить, что совокупностью удовлетворяющих этому требованию шкальных значений может служить любая совокупность чисел:

(5, 5, 2, 1, 2), (24, 24, 15, 12, 15) и т.д. (3)

Для большей ясности заметим, что эмпирическому соотношению «разница между удовлетворенностями респондентов a_3 и a_4 больше таковой для респондентов a_3 и a_4» будет соответствовать числовое соотношение 5—2 > 2—1, если шкальными значениями служат числа нз первого набора (3) и соотношение 24—15 > 15—12, если используется второй набор из совокупности (3).

Заметим, что, считая шкальными значениями объектов системы $\boldsymbol{U}_3$ последовательности чисел вида (3), мы предположили, что разница шкальных значений, соответствующих респондентам a_2 и a_1, в три раза больше аналогичной разницы для респондентов a_4 и a_3. В действительности отношение между первой и второй разницей может иметь и другое значение. Располагая данными только для пяти рассматриваемых респондентов, мы не можем точно указать, какое отношение между названными разностями в действительности имеет место. Однако это можно было бы сделать в том случае, если бы мы имели данные о достаточно полной совокупности эмпирических объектов.

Анализ приведенных примеров показывает, что произвольной эмпирической системе может соответствовать бесконечное множество шкал и как следствие — бесконечное множество возможных совокупностей шкальных значений. Каждое из таких множеств шкальных значений можно перевести в любое другое с помощью некоторого преобразования (числовой функции).

Преобразования шкалы, с точностью до которых определены полученные по этой шкале шкальные значения, называются *допустимыми преобразованиями* шкалы.

Совокупность допустимых преобразований, соответствующих рассматриваемой шкале, определяет *тип этой шкалы.* Одна из шкал называется шкалой *более высокого типа* по сравнению с другой, если совокупность допустимых преобразований первой шкалы включается в совокупность допустимых преобразований второй шкалы.

Примеры допустимых преобразований и типов шкал. Проанализируем отличия наборов шкальных значений, соответствующих рассмотренным выше эмпирическим системам. Такой анализ правомерен только в том случае, если эти наборы получены для достаточно полных эмпирических систем. Действительно, вряд ли имеет смысл говорить о том, однозначно или неоднозначно определена построенная нами шкала, если она является шкалой только, например, для рассмотренных пяти респондентов.

То, что нам удалось подобрать подходящие шкальные значения для пяти эмпирических объектов, не доказывает, что мы всегда сможем должным образом отобразить достаточно полное множество респондентов (как носителей определенных эмпирических отношений) в числовую систему. Основываясь на приведенных примерах шкал, нельзя судить и о их типе. Поэтому мы будем ссылаться на те положения теории измерений, которые позволяют нам быть уверенными в существовании интересующих нас шкал и в том, что эти шкалы являются шкалами определенного типа[12].

Перейдем к описанию допустимых преобразований и типов шкал, использованных в рассмотренных примерах.

Нетрудно заметить, что совокупность чисел (1) можно получить одну из другой с помощью взаимнооднозначного преобразования[13]. Любое такое преобразование переведет набор шкальных значений, полученных по одной возможной (для системы $\boldsymbol{U}_1$) шкале, в набор шкальных значений, полученных по другой возможной шкале. Значит, взаимнооднозначные преобразования являются допустимыми для каждой из рассматриваемых шкал, соответствующих системе $\boldsymbol{U}_1$. Такие шкалы называются *номинальными.* Следовательно, эмпирической системе $\boldsymbol{U}_1$ соответствуют номинальные шкалы.

Существование шкалы для любой эмпирической системы, отношениями в которой являются только отношения равенства, не вызывает сомнения. Допустимыми преобразованиями таких шкал будут любые взаимнооднозначные преобразования, т.е. все эти шкалы являются номинальными.

В теории измерений доказывается, что для любой эмпирической системы, подобной системе $\boldsymbol{U}_2$, всегда можно построить шкалу и что соответствующие шкальные значения будут определены с точностью до произвольного монотонно возрастающего преобразования[14]. Значит, такого рода преобразования являются допустимыми для тех шкал, с помощью которых элементы эмпирической системы $\boldsymbol{U}_2$ отображаются в числовую систему. Именно с помощью таких преобразований можно получить одну из другой совокупности чисел (2). Применение любого монотонно возрастающего преобразования к произвольной

---

[12] Для того, чтобы эти ссылки были правомерными, также необходимо предположить, что рассматриваемые эмпирические системы являются достаточно полными.

[13] Напомним, что взаимнооднозначным называется преобразование, с помощью которого различные числа переводятся в различные и одному числу ставится в соответствие только одно число.

[14] Монотонно возрастающим называется такое преобразование $g(x)$, которое удовлетворяет условию: если $x_1 > x_2$, то $g(x_1) > g(x_2)$ для любых чисел x_1 и x_2 из области определения $g(x)$.

совокупности шкальных значений объектов системы $\boldsymbol{U}_2$ снова даст совокупность шкальных значений для тех же объектов (полученных по другой шкале).

Шкалы, допустимыми преобразованиями которых являются произвольные монотонно возрастающие преобразования, называются *порядковыми* (шкалами порядка). Следовательно, системе $\boldsymbol{U}_2$ соответствуют порядковые шкалы.

Анализируя совокупности (3) шкальных значений объектов системы $\boldsymbol{U}_3$, нетрудно заметить, что каждое шкальное значение у второй совокупности получается из соответствующего тому же объекту шкального значения x первой совокупности с помощью преобразования $y = 3x + 9$. В теории измерения доказывается, что для эмпирических систем такого типа, как система $\boldsymbol{U}_3$ всегда можно построить шкалу. Шкальные значения при этом будут определены с точностью до произвольного положительного линейного преобразования[15]. Поэтому не случайным является то, что именно линейным преобразованием оказались связаны совокупности шкальных значений (3).

Шкалы, допустимыми преобразованиями которых являются положительные линейные преобразования, называются *интервальными* (шкалами интервалов). Следовательно, системе $\boldsymbol{U}_3$ соответствуют интервальные шкалы. Шкалы интервалов, соответствующие эмпирическим системам, подобным $\boldsymbol{U}_3$, относятся к так называемым шкалам интервалов, основанных на расстояниях[16]. Говоря о разнице между респондентами как носителями определенной удовлетворенности, мы тем самым предполагаем задание некоторого расстояния между ними. Именно благодаря тому, что мы можем сравнивать друг с другом расстояния между любыми двумя объектами, оказывается возможным построение шкалы такого высокого типа, как интервальная.

Линейные преобразования определяются способностью сохранять отношения разностей между числами. Это свойство линейных преобразований нетрудно продемонстрировать на примере шкальных значений (3):

$$\frac{5-2}{2-1} = \frac{24-15}{15-12} = 3.$$

Другими словами, отношение разностей между шкальными значениями объектов a_2 и a_3, с одной стороны, и объектов a_2 и a_3 — с другой, является одним и тем же независимо от того, какую из возможных шкал мы используем.

---

[15] Линейным преобразованием называется преобразование вида $ax + \beta$, где α и β — любые действительные числа. Положительным линейным преобразованием называется такое линейное преобразование, для которого $\alpha > 0$. Требование положительности допустимых преобразований для интервальных шкал не является принципиальным. Во всех практических случаях эмпирическое отношение порядка определяется порядком на множестве действительных чисел. Поэтому шкалы, единственные с точностью до линейных преобразований при $\alpha < 0$, не представляют интереса, поскольку подобные линейные преобразования не сохраняют порядок (см.: *Пфанцагль И.* Теория измерений).

[16] См. там же

Для пояснения роли описанной выше полноты той эмпирической системы объектов, на которую должен быть рассчитан алгоритм шкалирования, заметим следующее.

Сохранение эмпирических отношений системы $\boldsymbol{U}_3$ для рассматриваемых пяти респондентов будет обеспечено, если в качестве шкальных значений этих респондентов взять, например, любую из совокупностей чисел: (5, 5, 2, 1, 2) или (5, 5, 3, 2, 3). Однако для этих совокупностей не будет иметь места соотношение типа (4), т.к. они не связаны друг с другом никаким линейным преобразованием. Но вряд ли это дает основание считать используемую шкалу неинтервальной, поскольку можно показать, что для достаточно полной совокупности эмпирических объектов названные наборы чисел не смогуть служить шкальными значениями рассматриваемых пяти респондентов. Хотя бы для одного из этих наборов (для какого именно, мы в силу изложенных выше соображений не можем сказать, основываясь на сведениях только о пяти респондентах) можно доказать следующее: если для упомянутых респондентов используются шкальные значения из рассматриваемого набора, то в достаточно полной эмпирической системе найдутся объекты, для которых не удастся подобрать шкальные значения, позволяющие сохранить в числовой системе эмпирические отношения системы $\boldsymbol{U}_3$.

Для эмпирических систем $\boldsymbol{B}_1$, $\boldsymbol{B}_2$, $\boldsymbol{B}_3$ из примера 2 можно построить шкалы, аналогичные рассмотренным нами шкалам для систем $\boldsymbol{U}_1$, $\boldsymbol{U}_2$, $\boldsymbol{U}_3$ А именно, системе $\boldsymbol{B}_1$ будет соответствовать номинальная шкала, системе $\boldsymbol{B}_2$ — порядковая, система $\boldsymbol{B}_3$ — шкала интервалов. Остановимся на некоторых особенностях последней шкалы.

Шкалы интервалов, соответствующие системам, подобным $\boldsymbol{B}_3$, относятся к так называемым шкалам интервалов, основанным на операциях. Например, профессию *c* из отношения (В) примера 2 можно рассматривать как результат применения определенной операции к профессиям *a* и *b.* Наличие в системе $\boldsymbol{B}_3$ отношения, задаваемого такой операцией, дает возможность построить для этой системы шкалу довольно высокого типа — интервальную. Операции подобного рода в теории измерений называются *операциями осреднения.* Шкальное значение профессии *c,* находящейся в отношении (В) с профессиями *a* и *b,* есть среднее арифметическое шкальных значений профессий *a* и *b* : $h(c) = (h(a) + h(b))/2$.

Для содержательного анализа шкальных значений иногда бывает удобно приписывать некоторым объектам шкальное значение 0. Так, в примере 1 это целесообразно сделать для респондента, равнодушного к своей работе, в примере 2 — для профессии, безразличной рассматриваемой группе людей. Тот эмпирический объект, шкальное значение которого равно нулю, будем называть *нулевым.* Фиксация нулевого объекта заставит нас сузить класс рассматриваемых шкал, оставив только те из них, которые действительно отображают этот фиксированный объект в 0. Естественно, при этом сузится и совокупность допустимых преобразований рассматриваемых шкал.

Если некоторой эмпирической системе соответствуют интервальные шкалы, то фиксация нулевого объекта заставит нас перейти от класса всех положительных линейных преобразований, являющихся допустимыми для интервальных шкал, к классу положительных преобразований подобия (растяжения)[17]. Шкалы с такой совокупностью допустимых преобразований называются шкалами *отношений.*

Преобразования подобия — это преобразования, оставляющие без изменения отношения между числами (под отношением здесь понимается частное от деления одного числа на другое).

Шкалы отношений образуют подмножество интервальных шкал, для которых один и тот же эмпирический объект отображается в 0. Отметим, что фиксацию нулевого объекта можно рассматривать как задание начала отсчета величин шкальных значений. Поэтому можно сказать, что шкалы отношений образуют подмножество интервальных шкал, характеризующееся фиксацией начала отсчета. Рассмотрим еще два типа шкал, использующихся в социологии. Это шкалы разностей и абсолютные шкалы. Наравне с заданием начала отсчета величин шкальных значений можно говорить о задании единицы их измерения. При фиксации единицы измерения для интервальных шкал эти шкалы превращаются в шкалы *разностей.* Допустимыми преобразованиями для таких шкал являются преобразования сдвига шкальных значений[18]. Они образуют подмножество множества положительных линейных преобразований. Это преобразования, которые оставляют без изменения разности между числами.

Для приведенных выше примеров трудно задать естественную единицу измерения. И это довольно распространенная в социологических исследованиях ситуация. Однако шкалы разностей можно построить, например, для получения шкальных значений рассматриваемой совокупности объектов с помощью некоторых методов парных сравнений[19]. Кроме того, шкалами разностей являются некоторые индуцируемые шкалы, о которых пойдет речь в параграфе 3.

Абсолютными называются шкалы, единственным допустимым преобразованием которых является тождественное преобразование. Другими словами, абсолютные шкалы — это шкалы, с помощью которых мы получаем однозначно определенные шкальные значения.

---

[17] Преобразованиями подобия (растяжения) называются линейные преобразования вида $y = \alpha x$, где α — любое действительное число. Если $\alpha > 0$, то соответствующее преобразование называется положительным.

[18] Преобразованиями сдвига называются преобразования вида $y = x + \beta$, где{5 — произвольное действительное число.

[19] См.: *Суппес П., Зинес Дж.* Основы теории измерений, с. 83, теорема 30.

Тождественные преобразования — это преобразования, которые оставляют без изменения любые соотношения между числами.

Значения какого-либо признака могут получаться по абсолютной шкале, например, с помощью так называемого *императивного измерения.* «Императивное измерение производится в тех случаях, когда неформальный подход оказывается чрезвычайно важным, а подходящей процедуры шкалирования нет»[20]. В случае такого измерения значения признака определяются с помощью какого-либо операционного предписания, не опирающегося ни на какое отображение эмпирической системы в числовую. «Практическая значимость подобных шкал (абсолютных. — *Авт.)* доказывается испытанием их пригодности для прогнозирования»[21]. «Оправдание использования таких методов состоит в том, до какой степени они могут предсказывать будущее событие, а не в установлении «соответствия» между эмпирической и числовой системами»[22].

Другие примеры использования в социологии абсолютных шкал будут приведены в параграфе 3.

Рассмотренными нами типами шкал не ограничивается ни множество тех типов шкал, которые имеет смысл использовать в социологии, ни даже множество типов шкал, фактически использующихся в социологических исследованиях. Однако шкалы описанных типов наиболее часто могут применяться в социологии.

Соотношения типов шкал. Изобразим все рассмотренные нами типы шкал на схеме в виде прямоугольников. Прямоугольник, соответствующий более высокому типу шкал, расположен выше прямоугольника, соответствующего более низкому типу шкал, и соединен с последним вертикальной чертой (рис. 1).

Соответствующие приведенной схеме включения совокупностей допустимых преобразований нетрудно проверить. Так, например, положительные преобразования подобия $y = \alpha x$ и преобразования сдвига $y = x + \beta$ являются частными случаями положительных линейных преобразований $y = \alpha x + \beta$. Положительные линейные преобразования в свою очередь включаются в монотонно возрастающие преобразования (очевидно, каждое положительное линейное преобразование является монотонно возрастающим) и т.д.

Итак, на основании приведенной схемы можно сказать, что тип

[20] *Пфанцагль И.* Теория измерений, с. 20.
[21] Там же, с. 30.
[22] *Суппес П., Зинес Дж.* Основы теории измерения, с. 34.

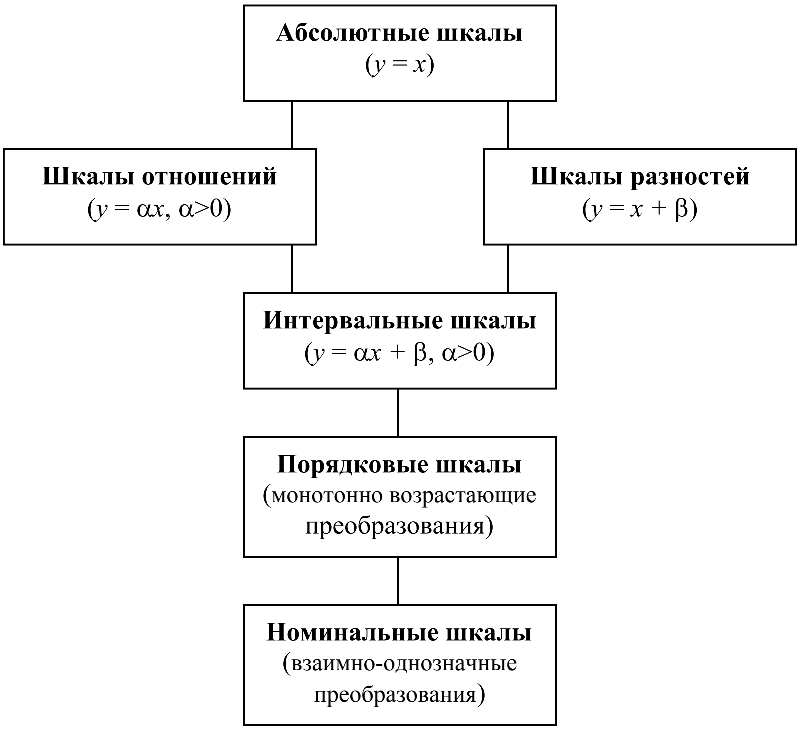


Рис. 1. Соотношение типов шкал, используемых в социологии. В скобках указаны соответствующие допустимые преобразования.

номинальной шкалы ниже типа порядковой, последний же ниже тина интервальной шкалы и т.д.[23]

Уровни измерения. Проблема адекватности. Будем считать, что две шкалы позволяют достичь *одного и того же уровня измерения* (или, как мы иногда будем говорить, принадлежат к одному и тому же уровню измерения), если эти шкалы являются шкалами одного и того же типа, т.е. если соответствующие этим шкалам совокупности допустимых преобразований совпадают. Будем также говорить, что одна шкала позволяет достичь *более высокого уровня измерения* (принадлежит более высокому уровню измерения), чем другая, если тип первой шкалы выше типа второй.

Одним из основных вопросов, встающих перед исследователем после осуществления измерения, является вопрос о том, какие математические методы мы имеем право применять для анализа полученных чисел. Нам представляется целесообразным считать разрешенными

[23] В литературе описываются различные подходы к типологии (классификации) шкал. При этом используются различные основания классификации, принимаются в рассмотрение различные шкалы (см.: *Здравомыслов А.Г.* Методология и процедура социологических исследований. М., 1969; *Стивенс С.С.* Математика, измерения, психофизика. — В кн.: Экспериментальная психология, т. 1. М., 1960; *Coombs C.H.* A Theory of Psychological Scaling.—Eng. Res. Bull., 1952, N 34; *Torgerson W.S.* Theory and Methods of Scaling. N. Y., 1957). Описанная на рис. 1 схема близка к схеме, предложенной Стивенсом (см.: *Стивенс С.С.* Математика, измерения, психофизика, с. 52).

(в качестве синонимов термина «разрешенный» будем употреблять термины «допустимый» и «адекватный») такие числовые соотношения, которые не зависят от того, по какой из возможных шкал получены входящие в них величины[24]. Основанием для такого подхода служит то, что именно такие соотношения в принципе можно содержательно интерпретировать, только они могут отражать реальные закономерности[25].

В социологической литературе[26] понятие уровня измерения часто связывается с тем, какие операции (сложение, умножение, вычисление среднего арифметического и т.д.) разрешены для чисел, получаемых с помощью рассматриваемой шкалы. Мы считаем, что подобный подход имеет ряд недостатков, основным из которых является то, что разрешенность числовых операций не связывается с тем, в каких подлежащих содержательной интерпретации числовых соотношениях эти операции используются. Это приводит, с одной стороны, к запрещению пользоваться такими математическими методами, которые в действительности могли бы позволить получить новые содержательные выводы, и, с другой стороны, к разрешению использовать методы, приводящие к выводам, которые вряд ли можно признать состоятельными. Приведем примеры.

Пример 1. Предположим, что мы имеем дело с дихотомическим номинальным признаком, принимающим значения a и b $(a \neq b)$. Можно показать, что соотношение «среднее арифметическое значение рассматриваемого признака ближе к a, чем к b» остается в силе при замене a и b любыми другими числами a' и b' $(a' \neq b')$, т.е. при переходе от этой номинальной шкалы к другой[27]. Поэтому таким отношением вполне можно пользоваться, например, для оценки того, каких элементов в рассматриваемой совокупности больше — соответствующих значению a или соответствующих значению b. Этот вывод противоречит традиционному для социологической литературы представлению о том, что вычисление среднего арифметического для номинальных шкал бессмысленно.

Пример 2. В социологической литературе часто упоминается, что интервальные шкалы позволяют достичь такого уровня измерений, когда становится допустимым вычисление среднего арифметического[28]. Однако в действительности эта допустимость имеет определенные границы. Так, например, мы вряд ли имеем право делать какие-либо содержательные выводы на основании того, что среднее арифметическое значение

---

[24] Везде, где не оговорено противное, мы предполагаем, что значения всех переменных (признаков), входящих в рассматриваемые математические выражения, получены по одной и той же шкале.

[25] Конечно, независимости значения какого-либо числового соотношения от вида конкретных используемых шкал еще недостаточно для того, чтобы попытка его содержательной интерпретации увенчалась успехом. Для возможности такой интерпретации необходимо, чтобы рассматриваемое числовое соотношение было содержательно осмыслено хотя бы для одной из возможных шкал.

[26] См.: Рабочая книга социолога. М., 1976.

[27] Для признака, который может принимать более двух различных значений, это утверждение неверно.

[28] См.: Ядов *В. А.* Социологическое исследование. Методология, программа, методы. М., 1972.

рассматриваемого признака, вычисленное для одной совокупности объектов, оказалось во столько-то раз больше аналогичного показателя, вычисленного для другой совокупности объектов. Нетрудно доказать, что значение отношений двух средних арифметических может изменяться при переходе от одной интервальной шкалы к другой.

Приведенные примеры показывают, что возможность использования средних арифметических значений рассматриваемого признака зависит от того, в каком контексте эти значения используются, какие именно отношения между ними подлежат содержательной интерпретации. Связывание такой возможности с типом используемых шкал (с уровнем измерения) представляется нецелесообразным. То же справедливо и для других числовых функций.

Предположим, нам удастся показать, что некоторое соотношение можно интерпретировать. Тогда представляется не имеющим значения, удастся ли при этом найти эмпирические аналоги отдельных, входящих в это соотношение операций над числами[29]. Так, например, мы можем делать содержательные выводы на основе сравнения двух средних арифметических значений некоторого признака, никак не интерпретируя при этом суммы шкальных значений, вычисляемые в процессе нахождения значений средних арифметических.

Для проверки разрешенности любого соотношения необходимо убедиться в том, что это соотношение инвариантно относительно допустимых преобразований рассматриваемой шкалы. Заметим, однако, что на практике такая проверка бывает довольно сложной. Соответствующая проблема в теории измерений называется *проблемой адекватности* рассматриваемого числового соотношения (аналогичным образом можно говорить об адекватности результатов применения какого-либо математического метода[30]).

Естественно, что чем уже круг допустимых преобразований, тем большее количество математических соотношений оставляют эти преобразования без изменения. Другими словами, чем выше тип шкалы, чем выше уровень измерения, тем большее количество математических методов можно применять к шкальным значениям, получая при этом интерпретируемые результаты.

Перейдем к более подробному обсуждению проблемы адекватности некоторых числовых соотношений.

---

[29] См.: *Пфанцагль И.* Теория измерений, с. 17.

[30] Иногда имеет смысл называть какой-либо математический метод адекватным, если делаемые с его помощью содержательные выводы в определенном, устраивающем социолога смысле «мало» зависят от того, по какой из возможных шкал получены исходные данные. Точная (формулировка такой адекватности для каждого из методов является самостоятельной и, как правило, сложной задачей.

3. Адекватность числовых отношений и функций относительно типа используемых шкал

Адекватность числовых отношений. Индуцируемые шкалы. Отношения, адекватные для функций. Настоящий параграф посвящен описанию связи между видом числовых функций и теми соотношениями между их значениями, которые поддаются содержательной интерпретации.

Будем говорить, что числовое отношение является *адекватным,* если для любых шкальных значений рассматриваемых эмпирических объектов оно выполняется (не выполняется) независимо от того, по какой из возможных шкал эти значения получены. Согласно теории измерений это условие эквивалентно условию инвариантности рассматриваемого отношения относительно допустимых преобразований используемой шкалы. Поскольку определение адекватности числовых отношений дано нами в предположении рассмотрения шкалы определенного типа, такую адекватность можно назвать *адекватностью относительно типа используемой шкалы.*

Примером отношения, адекватного относительно порядковых шкал, может служить отношение порядка $x_1 < x_2$. Для интервальных шкал адекватным будет, например, отношение $(x_1 — x_2)/(x_3 — x_4) = c$[31], для шкал отношений — отношение $x_1/x_2 = c$ и т.д. (x_1, x_2, x_3, x_4 — произвольные шкальные значения, c — некоторая константа).

Действительную функцию, зависящую только от шкальных значений, будем называть *статистикой*[32].

Рассмотрим, каким должно быть определение адекватной статистики. Будем стремиться к тому, чтобы это определение позволило выявить все возможности анализа значений статистики с целью получения содержательных выводов.

Для выявления эмпирических закономерностей с помощью какой-либо статистики обычно используются отношения, в которые вступают значения этой статистики. Поэтому представляется целесообразным стремиться к тому, чтобы понятие адекватности статистики было бы как-то связано с понятием адекватности подобных отношений. И. Пфанцагль предлагает называть статистику *адекватной* в том случае, когда адекватно отношение равенства двух значений этой статистики. Другими словами, адекватная статистика — это статистика, для которой равенство (неравенство) ее значений останется в силе, если мы от одной возможной шкалы, использующейся для получения значений аргументов статистики,

[31] Подчеркнем, что осмысленными, т.е. поддающимися содержательной интерпретации, для интервальных шкал являются именно отношения разностей шкальных значений, а не сами разности. Представляется бессмысленным связывать интервальный уровень измерения с возможностью вычисления разностей между шкальными значениями, как это часто делается в социологической литературе. Величины таких разностей не являются инвариантными относительно положительных линейных преобразований.

перейдем к другой возможной шкале (т.е. если ко всем аргументам статистики применим произвольно допустимое преобразование этой шкалы)[33].

Однако такое определение не удовлетворяет сформулированному выше требованию. В ряде случаев отношение равенства в этом определении представляется целесообразным заменять другими отношениями. Поясним это на примере.

Предположим, что изучается удовлетворенность некоторой совокупности рабочих своим трудом. Каждому рабочему задается вопрос о степени его удовлетворенности. В зависимости от характера ответа (возможны пять вариантов ответа: «максимально удовлетворен», «удовлетворен», «мнение неопределенно», «не удовлетворен», «максимально не удовлетворен») опрашиваемым ставятся в соответствие шкальные значения (числа 1,0; 0,5; 0; —0,5; —1,0 соответственно). Предполагается, что используемая шкала является порядковой.

Пусть далее необходимо сравнить по удовлетворенности несколько групп рабочих (например, группы, определяемые содержанием и характером труда составляющих их людей). Чтобы это сделать, для каждой интересующей нас группы вычислим индекс удовлетворенности, равный среднему арифметическому значению рассматриваемого признака[34]. Эти индексы и сравниваем друг с другом.

Для краткости предположим, что сравниваются две группы респондентов (например, рабочие неквалифицированного и малоквалифицированного труда и рабочие, ведущие слесарно-сборочные и ремонтные работы), содержащие каждая по три человека. Пусть шкальными значениями рабочих первой группы оказались числа —0,5, —0,5, 0, а рабочих второй группы — числа —1, —1, 0. Обозначим через x_1 и x_2 интересующие нас индексы удовлетворенности. Получим следующее соотношение:

$$x_1 = \frac{-0{,}5 - 0{,}5 + 0}{3} = -\frac{1}{3} > -\frac{1}{2} = \frac{-1 - 1 + 0{,}5}{3} = x_2 .$$

Из такого неравенства можно сделать вывод, что удовлетворенность трудом первой группы респондентов выше удовлетворенности второй группы.

Применим теперь ко всем имеющимся в нашем распоряжении шкальным значениям следующее допустимое преобразование рассматриваемой шкалы: заменим число —0,5 числом —0,9, оставив остальные шкальные значения без изменения (легко видеть, что такое преобразование будет монотонно возрастающим). Очевидно соотношение

$$x_1 = \frac{-0{,}9 - 0{,}9 + 0}{3} = -0{,}6 < -0{,}5 = \frac{-1 - 1 + 0{,}5}{3} x_2$$

---

[32] См.: *Пфанцагль И.* Теория измерений.
[33] См.: *Пфанцагль И.* Теория измерений.
[34] Подобным образом индекс удовлетворенности рассчитывается в книге «Человек и его работа» (М., 1967).

Содержательный вывод, соответствующий этим соотношениям, состоит в том, что удовлетворенность первой группы респондентов ниже удовлетворенности второй группы. Ясно, что этот вывод противоречит первому.

Нетрудно заметить, что причиной противоречия между двумя полученными выводами является неадекватность отношения «больше» двух значений рассматриваемой статистики (среднего арифметического). Если бы справедливость этого отношения не зависела от того, по какой из возможных шкал получены исходные данные, противоречия бы не было. Поэтому в определение адекватной статистики в рассматриваемом случае вместо отношения равенства представляется целесообразным включить отношение «больше».

Аналогичным образом может возникнуть потребность включения в определение адекватной статистики и других отношений. В общем случае представляется целесообразным говорить об отношении, адекватном для рассматриваемой статистики, и при использовании для интерпретации какого-либо отношения между значениями рассматриваемой статистики проверять адекватность для нее этого отношения. Более строго к определению адекватности отношения для статистики можно подойти следующим образом.

Рассмотрим некоторую статистику $f\ (x_1\ .\ .\ .,\ x_n)$, где n — произвольное натуральное число. Прежде всего заметим, что допустимые преобразования той шкалы, по которой получаются значения аргументов этой функции, индуцируют определенные преобразования на множестве значений самой функции. Покажем это на примере среднего арифметического: $f\ (x_1,.\ .\ .,x_n) = (x_1 + ... + x_n)/n$. При этом предположим, что все аргументы этой функции получены по некоторой интервальной шкале.

Пусть $\alpha > 0$ и β — некоторые действительные числа. Очевидна верность равенства

$$\frac{\alpha x_1 + \beta + ... + \alpha x_n + \beta}{n} = \alpha f(x_1,...,x_n) + \beta$$

Значит, положительные линейные преобразования аргументов среднего арифметического приводят к положительному линейному преобразованию самой функции. Иначе говоря, каждое преобразование значений аргументов, являющееся допустимым для той шкалы, по которой аргументы получены, индуцирует положительное линейное преобразование на множестве значений функции.

Предположим, что мы хотим, чтобы некоторое отношение между значениями функции f не зависело от того, какая из возможных шкал была использована для получения значений ее аргументов, т.е. не изменялось при применении к аргументам произвольно допустимого преобразования той шкалы, по которой они получаются. Для этого нужно, чтобы рассматриваемое отношение не изменялось при применении к значениям рассматриваемой функции любого из соответствующих индуцируемых преобразований. Так, для среднего арифметического, аргументы которого получаются по интервальной шкале, можно рассматривать только такие отношения, которые определены с точностью до произвольного положительного линейного преобразования значений среднего арифметического. Примером такого отношения может служить отношение $f_1 < f_2$ (f_1 и f_2 — произвольные значения среднего арифметического), но, например, отношение $f_1/f_2 = c$ (c — некоторая константа) таким свойством не обладает (ср. с примером 2 в параграфе 2).

Совокупность тех преобразований рассматриваемой статистики *f*, которые индуцируются допустимыми преобразованиями исходных шкал, будем интерпретировать как совокупность допустимых преобразований шкалы, по которой получаются значения *f*[35]. Свое «оправдание» эта интерпретация находит в том, что определенная таким образом совокупность допустимых преобразований значений *f* является совокупностью тех преобразований, с точностью до которых определяется значение *f*, соответствующее произвольному набору рассматриваемых эмпирических объектов.

Можно сказать, что тип шкалы, по которой получаются аргументы *f*, порождает другой тип шкалы, по которой получаются значения *f*. Будем для краткости называть первый тип *типом исходных шкал,* а второй — *типом индицируемых шкал.*

При заданном типе исходных шкал мы можем интерпретировать некоторое отношение между значениями рассматриваемой статистики только в том случае, если оно адекватно относительно типа индуцируемых шкал. Назовем отношение, удовлетворяющее этому условию, *адекватным для рассматриваемой статистики относительно типа исходных шкал.*

Отметим, что статистика, адекватная с точки зрения Пфанцагля, очевидно, является функцией, значения которой можно считать полученными по номинальной шкале. Требование такой адекватности является самым слабым требованием, которому должна удовлетворять статистика, чтобы какое бы то ни было соотношение ее значений можно было содержательно интерпретировать.

В заключение заметим, что в отечественной литературе имеется ряд статей, в которых рассматриваются различные аспекты адекватности числовых функций и отношений[36]. Не имея возможности остановиться на их содержании, отметим лишь следующие небезынтересные для социолога факты, приведенные в статье В. Б. Кузьмина и А. И.

[35] Далеко не всегда каждое такое преобразование значений может быть аналитически выражено, так же как не всегда совокупность всех таких преобразований может быть конструктивно описана (это же можно сказать и о допустимых преобразованиях исходных шкал). Однако для многих, наиболее часто использующихся в социологии статистик и для тех шкал, о которых шла речь выше, это можно сделать.

[36] См., например, работы А.И. Орлова, В.Б. Кузьмина, В.С. Высоцкого, Ю.Н. Толстовой, Ю.А. Щеголева, Г.А. Сатарова и др.

Орлова[37]. В том случае, когда исходные данные получены по порядковой шкале, адекватными для отношения «больше» (термин наш. — *Авт.)* являются медиана и различного рода квантили, но не среднее арифметическое. Значит, при порядковых шкалах мы можем сравнивать значения двух медиан (квантилей), но не можем этого делать для значений двух средних арифметических. Средние взвешенные (в том числе среднее арифметическое)[38] допустимы для отношения «больше» только относительно интервальных шкал. Значит, только при интервальном уровне измерения можно сравнивать значения таких средних.

Примеры индуцируемых шкал. Для того чтобы при определенном типе исходных шкал можно было судить о том, какими отношениями между значениями рассматриваемой статистики можно пользоваться для получения содержательных выводов, нужно знать, каков тип индуцируемых шкал. Для трех часто использующихся в социологии статистик и исходных шкал таких типов, о которых шла речь выше, это показано в табл. 1.

Таблица 1

Примеры индуцируемых шкал

Статистика*	Тип исходных шкал	Тип индуцируемых шкал
Среднее арифметическое	Шкалы отношений	Шкалы отношений
	Шкалы разностей	Шкалы разностей
	Интервальные шкалы	Интервальные шкалы
	Порядковые шкалы	—
	Номинальные шкалы	—
Медиана	Шкалы отношений	Шкалы отношений
	Шкалы разностей	Шкалы разностей
	Интервальные шкалы	Интервальные шкалы
	Порядковые шкалы	Порядковые шкалы
	Номинальные шкалы	—
Среднее квадратическое отклонение	Шкалы отношений	Шкалы отношений
	Шкалы разностей	Абсолютные шкалы
	Интервальные шкалы	Шкалы отношений
	Порядковые шкалы	—

[37] См.: *Кузьмин В.Б., Орлов А.И.* О средних величинах, сравнение которых инвариантно относительно допустимых преобразований шкал.— В кн.: Статистические методы анализа экспертных оценок. Ученые записки по статистике, т. 29. М., 1977.

[38] Среднее взвешенное величин $x_1,...,x_n$ равно $a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n$, где $a_1, a_г, ...,a_n$ — некоторые действительные числа. При $a_1 = a_2 = ... = a_n = 1/n$ среднее взвешенное равно среднему арифметическому.

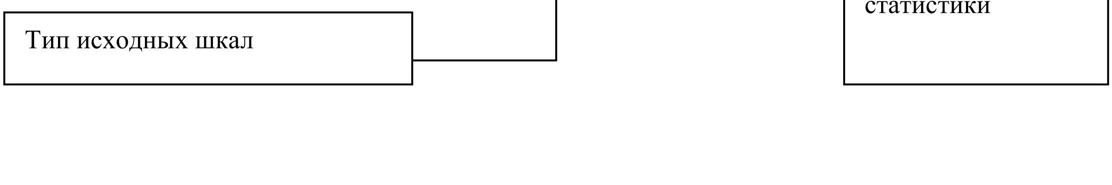
	Номинальные шкалы	—

*Определение всех статистик см.: Рабочая книга социолога. М.,1976.

При любой статистике для абсолютных исходных шкал индуцируемые шкалы также будут абсолютными. Абсолютные исходные шкалы в таблице не фигурируют. Пустые клетки таблицы означают, что соответствующая шкала не может считаться даже номинальной, поскольку допустимые преобразования аргументов соответствующей статистики могут превратить равные значения статистики в неравные. Естественно, в таких случаях статистика должна быть отброшена как неподходящая для анализа изучаемой эмпирической системы.

Пользуясь предлагаемой таблицей, можно сказать, что ни одна из рассмотренных статистик не может быть использована для анализа чисел, полученных по номинальной шкале, и лишь медиана может использоваться для чисел, полученных по порядковой шкале. В этом случае мы можем использовать только те соотношения между значениями медианы, которые инвариантны относительно монотонно возрастающих преобразований (например, можем сравнивать значения двух медиан, но не можем сравнивать разности между такими значениями). Если исходные шкалы являются интервальными, то, пользуясь средним арифметическим и медианой, мы можем говорить об отношении разностей их значений, но не можем говорить об отношении самих значений (индуцируемые шкалы являются интервальными, но не шкалами отношений). Пользуясь же средним квадратическим отклонением, можно говорить и об отношениях его значений (индуцируемые шкалы являются шкалами отношений) и т.д.

Выбор функции на основе адекватных для нее отношений. В предыдущих двух пунктах мы предполагали, что задана некоторая статистика и требуется определить круг отношений между ее значениями, которые не зависят от того, по какой из возможных шкал получены аргументы статистики. Такие отношения мы определяем, анализируя тип индуцируемых шкал. В свою очередь тип индуцируемых шкал определяется типом исходных шкал и видом рассматриваемой статистики. Схематически это можно изобразить так:



Однако в социологических исследованиях часто возникает и обратная задача, когда заданы отношения между значениями неизвестной заранее статистики, не зависящие от того, по какой из возможных шкал получаются ее аргументы, и требуется найти саму статистику. Заданные отношения определяют тип индуцируемых шкал (допустимые преобразования таких шкал — это преобразования, относительно которых заданные отношения инвариантны). Искомую статистику можно определить, анализируя тип индуцируемых и исходных шкал, если учесть, что эта статистика обычно ищется среди функций определенного класса. Соответствующая схема имеет вид.

Статистику, которую мы должны найти в обратной задаче, будем называть *адекватной для данных отношений относительно типа исходных шкал.*

Приведем пример обратной задачи. Особенностью этого примера является то, что аргументы рассматриваемой статистики получаются по разным шкалам.

Предположим, что требуется осуществить автоматическую классификацию некоторой совокупности объектов. Большинство алгоритмов автоматической классификации предполагает, что на множестве пар классифицируемых объектов задана некоторая функция расстояния[39].Эта функция и является интересующей нас статистикой. Функция расстояния является функцией от наборов чисел, соответствующих объектам рассматриваемой пары. Она вычисляется для того, чтобы определить, имеется ли у нас основание включать рассматриваемые объекты в один класс. Такая возможность имеется только в том случае, если расстояние между объектами достаточно мало.

Для того чтобы применение алгоритма автоматической классификации было корректным, необходимо выполнение ряда условий для функции расстояния: она должна быть симметричной, удовлетворять неравенству треугольника и т.д. Иными словами, эта функция должна принадлежать к определенному классу — классу функций, удовлетворяющих таким условиям.

Рассмотрим, как осуществляется выбор функции расстояния в соответствии с приведенной схемой обратной задачи. Прежде всего поясним, почему возникает потребность в рассмотрении отношений, для которых искомая статистика должна быть адекватной.

[39] Об алгоритмах автоматической классификации, целях их применения и функциях расстояния см.: *Айвазян С.А., Бежаева З.И., Староверов О.В.* Классификация многомерных наблюдений. М., 1974.

Между совокупностями расстояний, определенных при использовании какого-либо одного набора исходных шкал[40] и совокупностью расстояний, определенных при использовании любого другого набора исходных шкал, должна существовать определенная связь. Иначе любая функция расстояния может стать бессмысленной с содержательной точки зрения (любые соотношения между расстояниями, определенными для исходных данных, полученных при использовании одного набора возможных шкал, могут превратиться в противоположные соотношения при использовании другого набора шкал того же типа), а соответствующие разбиения при любом алгоритме классификации не будут иметь ничего общего. Те отношения между значениями используемой функции расстояния, которым она должна удовлетворять для того, чтобы подобных ситуаций не возникало, мы и будем считать отношениями, для которых искомая статистика (функция расстояния) должна быть адекватной.

Одним из возможных требований, которые представляются целесообразным предъявлять к функции расстояния, является требование сохранения порядка расположения по величине расстояний между рассматриваемыми объектами. Если при одном возможном наборе исходных шкал расстояние между какими-либо двумя объектами больше расстояния между двумя другими объектами, то первое расстояние должно быть больше второго и при любом другом возможном наборе исходных шкал. Другими словами, рассматриваемое требование является требованием сохранения отношения «больше» для значений рассматриваемой функции расстояния при переходе от одних исходных шкал к другим. Это означает, что индуцируемая шкала является шкалой порядка.

Более слабым требованием является требование сохранения отношения равенства между расстояниями, т.е. требование адекватности функции расстояния в смысле Пфанцагля[41]. Как уже говорилось, в таком случае индуцируемую шкалу можно считать номинальной.

Самым сильным требованием, предъявляемым к функции расстояния, является требование независимости значений этой функции от того, по какой из возможных шкал получены ее аргументы. В таком случае индуцируемая шкала является абсолютной. Возможны и другие ограничения связи между расстояниями, вычисленные при различных исходных шкалах; то, какое из них следует выбрать, зависит как от используемого алгоритма классификации, так и от содержательного характера задачи. Для каждого случая необходимо

[40] Говоря о возможных наборах исходных шкал, мы имеем в виду наборы, которые могут использоваться одновременно для получения исходных данных. А это имеет место, вообще говоря, не для всех теоретически возможных наборов подобного рода (см.: *Толстова Ю.Н.* О возможности применения евклидова расстояния при использовании различных шкал.— Тезисы доклада на Межреспубликанской научной конференции по применению математических методов в исследовании учебного процесса. Вильнюс, 1977).

[41] См.: *Пфанцагль И.* Теория измерений.

строить свою функцию расстояния[42]. Если классификация объектов осуществляется без учета этого обстоятельства, результаты работы соответствующих алгоритмов оказываются не отвечающими содержательному характеру задачи.

4. Особенности приборных измерений в социологии

Практическое построение шкалы именно как отображения некоторой эмпирической системы в числовую часто бывает очень сложным и трудоемким процессом. Сложным может быть не только построение эмпирической системы, но и отыскание того закона, по которому должно сопоставляться некоторое число с каждым исследуемым объектом (т.е. собственно построение шкалы). Однако «решение вопроса о том, как произвести измерение на практике, отлично от решения вопроса об определении шкалы»[43]. На практике измерение чаще всего выполняется с помощью приборов, дающих числовые значения. Приборы в социологии могут принимать весьма специфичный вид и быть совсем непохожими на то, что понимается под приборами в естественных науках. В качестве социологического прибора, измеряющего тот или иной признак, обычно выступает шкала, соответствующая какому-либо другому признаку. Шкальные значения этого второго признака обычно интерпретируются как показания «стрелки» прибора. В подобных ситуациях будем говорить о приборе-признаке.

Остановимся на тех трудностях, которые возникают при определении типа шкалы с помощью таких приборов-признаков.

Тип шкалы определяется внутренними свойствами эмпирической системы с отношениями, которые с помощью приборов (в интересующем нас случае) отражаются в числовую систему. Если у нас имеются основания полагать, что отношения между числовыми значениями, полученными с помощью прибора-признака, отражают отношения изучаемой эмпирической системы, то о типе шкалы можно судить по тому, насколько однозначными (в смысле возможности применения к ним допустимых преобразований) являются показания прибора. Если эти показания определяются с точностью до определенных преобразований, то последние являются допустимыми для рассматриваемой шкалы. Подчеркнем, что при таком способе выявления типа шкалы мы пользуемся тем, что «в наших определениях типа шкалы «прямые» наблюдения эмпирической системы с

[42] Об адекватном выборе функций расстояния для рассмотренных выше шкал (для некоторого класса задач) см.: *Толстова Ю.Н.* Адекватность функции расстояния в алгоритмах автоматической классификации.— В кн.: Исследования по вероятностно-статистическому моделированию реальных систем; *Она же.* О возможности применения евклидова расстояния при использовании различных шкал.

[43] *Пфанцагль И.* Теория измерений, с. 30.

отношениями не используются...»[44]. Тип шкалы определяется только совокупностью соответствующих этой шкале допустимых преобразований.

Примером прибора, отражающего отношения изучаемой эмпирической системы, может служить шкала, с помощью которой обычно измеряется возраст респондентов. В качестве прибора-признака выступает признак «количество прожитых лет (месяцев, дней и т.д.)». Элементами эмпирической системы служат респонденты, рассматриваемые как носители определенного биологического состояния[45]. В рассматриваемом случае выявление структуры эмпирической системы с отношениями не является необходимым, поскольку, как показывает опыт, измерение возраста обычным способом хорошо отражает эту структуру. При таком измерении возраст определяется с точностью до некоторого положительного множителя. Предполагая наличие соответствия рассматриваемых числовой и эмпирической систем друг другу, мы тем самым считаем, что возраст измеряется по шкале отношений.

В социологических задачах далеко не всегда бывает ясно, насколько хорошо прибор-признак отражает структуру эмпирической системы. Более того, иногда бывает трудно определить, являются ли значения наблюдаемого признака прямым отражением эмпирической системы в числовую или же служат показателями «стрелки» прибора. Это связано с тем, что не всегда бывает очевидным, какова изучаемая эмпирическая система. Если в таких неясных с первого взгляда ситуациях при анализе содержательного характера задачи мы все же убеждаемся в том, что имеем дело с приборным измерением, то, как правило, принцип действия прибора оказывается базирующимся на некотором эмпирическом законе, связывающем измеряемое свойство с наблюдаемым[46].

Приборы-признаки чаще всего используются в социологии в тех случаях, когда измеряется некоторая латентная переменная, не подлежащая непосредственному наблюдению. В такой ситуации часто оказывается, что тип шкалы, определяемый свойствами изучаемой эмпирической системы с отношениями, не совпадает *с* типом той шкалы, по которой «физически» получаются значения прибора-признака. Поясним механизм этого явления.

Предположим, что значения наблюдаемого признака интересуют исследователя лишь постольку, поскольку эти значения позволяют оценить степень проявления некоторой латентной переменной для соответствующих объектов. О соотношениях между значениями

---

[44] *Суппес П., Зинес Дж.* Основы теории измерения, с. 24-25.

[45] Говоря о том, что значения рассматриваемого признака отражают отношения изучаемой эмпирической системы, мы имеем в виду отношения между людьми именно как носителями определенного биологического состояния. Если вместо биологического состояния будет фигурировать другое понятие, например гражданская зрелость, то обычное измерение возраста может не дать отображения эмпирической системы в числовую.

[46] Говоря о приборных измерениях, мы предполагаем, что прибор-признак позволяет измерять именно интересующий нас признак, а не что-либо другое, т.е. что используемая шкала обоснованна.

для рассматриваемых объектов латентной переменной, т.е. об отношениях изучаемой эмпирической системы в таких ситуациях, обычно судят по каким-либо соотношениям между значениями рассматриваемого прибора-признака.

Допустимыми преобразованиями той шкалы, тип которой нам нужно определить, в таких случаях должны служить преобразования, сохраняющие эти соотношения. И в этом смысле тип шкалы определяется содержательным характером задачи (поскольку вид упомянутых соотношений определяется на основе тех содержательных гипотез, которые позволяют нам говорить о связи изучаемой латентной переменной с наблюдаемым признаком).

Ясно, что названные соотношения должны быть инвариантными относительно допустимых преобразований той шкалы, по которой «физически» получаются значения прибора-признака. Иначе потеряет смысл утверждение, что об отношениях между значениями латентной переменной мы судим по упомянутым соотношениям между значениями прибора-признака. Но может оказаться так, что эти соотношения будут инвариантными также и относительно каких-либо других преобразований значений прибора-признака. Другими словами, физический способ получения исходных данных может обусловливать более узкий класс допустимых преобразований используемых шкал, чем класс допустимых преобразований, определяемый содержательным характером задачи. В подобных случаях используемая шкала (т.е. та шкала, тип которой определяет использующийся уровень изменения) является шкалой более низкого типа, чем та шкала, по которой «физически» получаются значения наблюдаемого признака. Поясним сказанное на примере.

Предположим, что интересующей нас латентной переменной является удовлетворенность некоторой совокупности людей своим трудом. Наблюдаемым признаком пусть является заработная плата каждого человека (мы отвлекаемся от того, что удовлетворенность трудом зависит не только от уровня зарплаты рассматриваемого человека). Для более яркого выделения интересующих нас моментов, определяющих тип фактически использующихся шкал, предположим, что мы всегда измеряем зарплату с помощью одной и той же денежной единицы (в рублях). Это будет означать, что согласно «физическому» способу получения наблюдаемых величин все они получены по одной и той же абсолютной шкале.

О соотношениях между значениями латентной переменной мы судим по определяемым содержательными соображениями соотношениям между значениями зарплат соответствующих людей. Так, например, мы можем считать, что в эмпирической системе имеют место отношения порядка и что удовлетворенность одного человека выше удовлетворенности второго человека, если зарплата первого превышает зарплату второго. Ясно, что значения этих отношений инварианты не только относительно тождественного, но также и относительно любого монотонного преобразования значений их аргументов. Значит, фактически используемые шкалы являются не абсолютными, а порядковыми.

Возможна более сложная ситуация. Предположим, что в результате каких-то социально-психологических исследований мы пришли к выводу, что в рассматриваемой эмпирической системе имеет место отношение, утверждающее, что разница между удовлетворенностями респондентов *a* и *b* равна разнице между удовлетворенностями респондентов *c* и *d* и что мы можем считать это отношение имеющим место, если разность зарплат людей *a* и *b* равна разности зарплат людей *c* и *d*. Инвариантными такие отношения являются для произвольных линейных преобразований — и только для них. Значит, фактически используемая шкала является интервальной.

Заметим, что при других содержательных предпосылках возможны и другие выводы о типе фактически используемых шкал.

Отмечается широкая распространенность следующего феномена: «свойства, измеряемые в шкале интервалов, принимаются в качестве показателей для других свойств, монотонно связанных с данными»[47]. Применяемые для измерения связанных свойств исходные шкалы интервалов становятся лишь шкалами порядка. Игнорирование этого факта иногда приводит к ошибкам. Мы же показали, что при практическом осуществлении измерения аналогичный феномен может иметь место для более широкого круга шкал. Подобный переход от шкал более высокого типа к шкалам более низкого типа возможен не только для шкал интервалов и порядка соответственно. И этот факт, естественно, тоже нельзя игнорировать[48].

В заключение заметим следующее. Выше мы исходили из предположения о том, что зарплата интересует нас лишь постольку, поскольку она отражает удовлетворенность. Однако в практических задачах подобного рода такое положение встречается редко. На практике, как было отмечено выше, далеко не всегда бывает ясно, являются ли имеющиеся в распоряжении исследователя числа непосредственным отражением эмпирической системы в числовую или служат показателями «стрелки» прибора.

---

[47] *Пфанцагль И.* Теория измерений, с. 78.

[48] Определение типа фактически использующихся шкал при использовании прибора-признака часто бывает затруднено из-за того, что остается неизвестным закон, связывающий значения прибора-признака и признака, интересующего социолога.

Глава вторая. Сбор и типология данных в процессе шкалирования

В предыдущей главе было установлено, что шкалирование представляет собой сложный процесс отображения эмпирической системы с отношениями в числовую систему. Неотъемлемой частью общего процесса шкалирования является построение эмпирической системы с отношениями. Построение эмпирической системы с отношениями также состоит из нескольких этапов. Рассмотрим в деталях, как происходит реализация процедуры построения эмпирической системы с отношениями в социологическом исследовании.

1. Шкалы оценок и шкалы для измерения установки

Первая же задача, которая возникает перед исследователем, намеревающимся построить шкалу, состоит в выяснении того, будут ли в конечном счете числа приписаны объектам, внешним по отношению к исследуемой совокупности людей, либо числа будут приписаны определенным внутренним характеристикам индивидов.

Исторически сложилось так, что социологическое шкалирование тесно связано с психологическим измерением, которое возникло и развивалось по двум относительно независимым направлениям.

Первое направление основано на психофизической традиции измерения, которая заключается в измерении величины, интенсивности, продолжительности поведенческих реакций на предъявляемые объекты[1]. Основная задача такого измерения состояла в оценке величины стимула через величину поведенческой реакции[2].

Второе направление связано с тестированием (menial test tradition) — традицией, концентрирующей свое внимание на индивидуальных различиях респондентов по их личностным характеристикам.

Поскольку социолога, как правило, интересует величина или интенсивность поведенческой реакции не отдельных людей, а группы респондентов, традиция психофизического измерения в социологии связывается с измерением «величины» предъявляемых объектов группой людей и взаимным расположением этих объектов вдоль некоторого континуума.

---

[1] Мы будем употреблять понятие «объект» как нечто внешнее по отношению к респонденту или группе респондентов. В рамках психофизической традиции измерения обычно используется термин «стимул».

[2] Так, например, предполагалось, что величина поведенческой реакции пропорциональна логарифму стимула. Измерив с помощью эксперимента величину поведенческой реакции, можно приписать число предъявляемому стимулу.

Тестовая традиция в современной социологической практике расширилась и связана не только с измерением знаний, умений и личностных характеристик людей, но и с измерением установок, отношений.

Таким образом, выделяются два типа задач, решаемых с помощью шкалирования.

А. *Числа приписываются некоторым внутренним характеристикам индивидов*

1. Пусть эмпирической системой является совокупность людей и отношения в эмпирической системе суть отношения между личностными характеристиками субъектов, их знаниями, умениями. Отображение такой эмпирической системы в числовую будем называть тестированием. Элементарный пример тестирования — выставление оценок на экзаменах. Индивид, получивший оценку 4, предполагается более сведущим в данной области знания, чем индивид, получивший оценку 3.

Тесты в их современном виде широко используются в психологии и социальной психологии, реже — в социологии. Пример социально-психологического тестирования — тест-вопросник для измерения потребности в достижениях[3]. Он состоит из 22 суждений, по отношению к которым респондент должен выразить свое согласие или несогласие. Например: «Думаю, что успех в жизни зависит скорее от случая, чем от расчета», «Когда все идет гладко, моя энергия усиливается» и т.п. Каждое такое суждение имеет ключ, и, если ответ испытуемого совпадает с ключом, он получает 1 балл. Потребность в достижениях подсчитывается простым суммированием баллов по всем суждениям. Этот тест-вопросник валидизирован и использовался для измерения потребности в достижениях среди студентов, ИТР и других групп молодежи.

2. Эмпирической системой является совокупность людей, и отношения в эмпирической системе заданы в виде отношений между людьми, опосредованных через устойчивое отношение каждого из них к изучаемой социальной характеристике (образованию, работе и т.п.). Отображение такой эмпирической системы в числовую будем называть шкалой для измерения установки (установочной шкалой)[4].

Построение шкалы для измерения установки сводится к отысканию набора суждений, характеризующих весь спектр возможных отношений субъекта к данной социальной характеристике. Респондента просят ответить, согласен ли он с каждым таким суждением. В

---

[3] *Орлов Ю.М., Шкуркин В.И., Орлова Л.П.* Построение теста-вопросника для измерения потребности в достижениях.— В кн.: Вопросы экспериментальной психологии и ее истории. М., 1974.

[4] Социологическая концепция установки была выдвинута Томасом и Знанецким в 1927г., интерпретировалась затем как «предрасположение к действию» и оставалась теоретической основой для изменения установки. Первой попыткой практического измерения установки была шкала социальной дистанции, построенная Богардусом совместно с Робертом Парком в 1925 г. В 1927 г. была разработана шкала Терс тоуна для измерения установки, а в 1932 г.— шкала суммарных оценок Лайкерта. Сразу же после второй мировой войны на основе исследований американских солдат были разработаны процедуры шкалограммного анализа (Гуттман), а затем и латентно-структурного анализа Лазарсфельда (History of Social Research Methods. London, 1974, p. 120-130).

зависимости от ответов на серию таких вопросов ему приписывается балл, характеризующий его установку[5].

3. Специфической задачей по сравнению с измерением установки является шкалирование отношений, интенсивности мнений, степени удовлетворенности чем-либо и т.д. Эмпирической системой в данном случае является совокупность людей, а отношения заданы в виде отношений между людьми, опосредованных через менее устойчивое отношение каждого из них к данной социальной характеристике. В качестве примера такой эмпирической системы можно привести пример 1 из главы I. Отображение такой эмпирической системы в числовую будем называть шкалой для отношений (следует отличать от шкалы отношений как уровня измерения).

Может создаться впечатление, что различие между шкалами для измерения установок и шкалами для отношений незначительно. Действительно, и в том и в другом случае числа приписываются людям, а эмпирические системы с отношениями аналогичны. Тем не менее между ними существуют различия как содержательного, так и практического характера.

Содержательное различие заключается в том, что приписываемые субъектам числа интерпретируются по-разному. При измерении установки эта числа трактуются как степень выраженности установки, ее интенсивности. При измерении отношений (мнений, удовлетворенности и т.п.) числа характеризуют конкретное, сиюминутное отношение, предположительно не связанное с системой ценностей субъекта.

Практическое различие состоит в том, что для измерения установки часто требуется специальная, иногда громоздкая процедура, ведущая к значительным затратам времени, а для измерения отношений бывает достаточно простого вопроса в анкете. Этим обстоятельством обусловлен тот факт, что в отечественной социологической практике гораздо чаще применяются шкалы для измерения отношений, интенсивности мнений, степени удовлетворенности. По нашим данным, не менее чем в 70% всех опросов, проведенных в стране за период с 1964 по 1974 г., применялись именно эти шкалы[6].

Б. *Числа приписываются объектам, внешним по отношению к исследуемой совокупности людей*

В отличие от первого типа задач, в котором числа приписываются индивидам, во второй модели числа присваиваются предъявляемым объектам по групповым оценкам.

---

5 О процедурах построения установочных шкал разного вида см.: *Андреев Э.П., Осипов Г.В.* Методы измерения в социологии. М., 1977; *Зайцева М.И.* Методы шкалирования при измерении установки. — Социальные исследования, вып. 5. М., 1970; *Ядов В.А.* Социологическое исследование. Методология, программы, методы. М., 1972.

6 См.: *Клигер С.А.* Некоторые ошибки при опросах: постановка вопросов в анкетах и опыт использования шкал.— Социологические исследования, 1974, № 2.

Подобные задачи встречаются в социологической практике довольно часто, когда требуется оценить такие социальные характеристики, как, например, набор профессий, общественные и индивидуальные ценности, различные стороны деятельности трудовых коллективов, набор телепередач и т.д.

В этом случае эмпирическая система представляет собой совокупность объектов, предъявляемых респондентам для оценки. Отношения между элементами эмпирической системы есть отношения между объектами, усредненные по группе респондентов. Примером такой эмпирической системы с отношениями может служить пример 2 из главы I. Отображение этой эмпирической системы в числовую будем называть шкалой оценок.

Все дальнейшее изложение будет посвящено в основном шкалам оценок[7], т.е. задаче приписывания чисел объектам, хотя рассмотренные в предыдущей главе основы шкалирования относятся в равной мере к шкалам оценок и установочным шкалам.

Следует отметить, что в практике социологических исследований иногда возникают более общие и сложные задачи: не только оценить объекты и приписать им числа, но и найти числовые значения для каждого из субъектов в зависимости от высказанного им отношения к оцениваемым объектам. В данном случае речь идет об отображении в одну и ту же числовую систему двух разных эмпирических систем с отношениями. Одномерный и многомерный варианты такой ситуации будут рассмотрены нами соответственно в главах III и IV.

2. Процедуры сбора и типология данных для шкал оценок

Процедуры сбора данных в процессе шкалирования. Процедурой сбора данных в процессе шкалирования будем называть специальный вопрос (задание) или серию вопросов в анкете (вопроснике), которые позволяют провести

сравнение предъявляемых объектов,

непосредственную оценку их,

сравнение или оценку пар предъявляемых объектов по степени «сходства»[8].

Социологической практикой в последние годы накоплен достаточно большой опыт в использовании процедур такого рода.

Сбор данных в социологическом исследовании может производиться тремя методами: наблюдениями, анализом документов, методом опроса, причем эти методы могут

---

[7] Одну из первых попыток классификации шкал оценок предпринял Гилфорд *(Guilford J.P.* Psychometric methods. N.Y., 1954). Более современную классификацию предлагают Эйзлер и Шинн *(Eisler H.* The Connection between Magnitude and Discrimination scales and Direct and indirect Scaling Methods.— Psycho-metrika, 1965, N 30; *Shinn A.M.* Relations between Scales.— In: Measurement in the Social Science. Chicago, 1974.

[8] В этом определении мы сознательно ограничиваемся набором заданий, наиболее часто встречающихся на практике. В принципе этот набор всегда может быть дополнен.

использоваться как по отдельности, так и в различных сочетаниях[9]. Описанные выше процедуры являются характерными для метода опроса.

Для выяснения различных аспектов использования таких процедур сбора данных при опросах нами был проанализирован большой массив методических документов сбора информации (анкет, вопросников для интервью и т.д.). Сплошному анализу были подвергнуты 254 документа по шести отраслям (направлениям) социологических исследований в стране за период с 1964 по 1974 г.[10] В результате было выделено 107 случаев использования процедуры сбора данных в процессе шкалирования, группировка которых по отраслям представлена в табл. 2.

Таблица 2

Распределение процедур сбора данных по некоторым отраслям социологии *

Отрасли	Количество документов	Число процедур
Промышленное производство	83	29
Социальная структура	22	7
Сельское хозяйство	14	15
Наука	15	19
Культура и средства массовой коммуникации	86	27
Образование и молодежь	9	5
Прочие	25	5
Всего	254	107

* Приведенные данные нельзя считать точно отражающими положение дел в социологических исследованиях в нашей стране. Дело в том, что документы отбирались из архива методик, собранного в ИСИ АН СССР, который недостаточно полон. Выборка 254 документов была организована пропорционально числу документов в каждой отрасли с последующим случайным отбором. Поэтому систематическая ошибка может сохраниться.

Из табл. 2 видно, что наибольшее число таких процедур используется при изучении социологических проблем промышленного производства. Это вполне естественно, если учесть, что промышленная социология в нашей стране довольно сильно развита и имеет свои традиции в отношении применения измерительных процедур. Аналогичная ситуация наблюдается при изучении социологических проблем средств массовой коммуникации.

Рассмотрим процедуры сбора данных в процессе шкалирования более подробно.

---

[9] См.: *Здравомыслов А.Г.* Методология и процедура социологических исследований. М., 1969; Рабочая книга социолога. М., 1976.

[10] См.: *Клигер С.А.* Некоторые ошибки при опросах: постановка вопросов в анкетах и опыт использования шкал.

Сравнение предъявляемых объектов обычно производится либо их ранжированием, либо процедурой парных сравнений. При *ранжировании* опрашиваемому дается задание выстроить предложенные для оценки объекты в иерархию (ряд), где на первом месте стоит объект с максимально выраженным качеством (свойством), или наиболее значимый для данного респондента объект; на втором месте — объект с несколько менее выраженным качеством и т.д., а на последнем — объект с минимально выраженным качеством или минимально значимый. Рассмотрим несколько примеров ранжирования.

Пример 1. В одной из анкет, составленной для изучения интересов и жизненных планов молодежи завода (1969 г.), ранжирование осуществлялось с помощью следующего вопроса:

Расположите приведенные ниже характеристики работы в порядке их важности для Вас, расставив цифры от 1 до 6 в колонке справа:

Условия труда	
Творческий характер работы	
Отношения с администрацией	
Моральное удовлетворение, получаемое от работы	
Отношения с товарищами	
Размер заработка	

Пример 2. В исследовании «Социальные аспекты трудовой и государственной дисциплины в производственном коллективе», проводимом в ИСИ АН СССР под руководством А. С. Гречина, вопрос в анкете ставился в такой форме:

«Ниже приводится перечень нарушений, еще встречающихся в производственной деятельности отдельных коллективов.

Внимательно ознакомьтесь с ними и, выбрав из них то, которое, по Вашему мнению, является наиболее опасным и вредным, поставьте против него справа цифру 1. Из оставшихся девяти нарушений опять отберите то, которое является самым опасным и вредным и поставьте против него цифру 2.

Подобную процедуру отбора делайте до тех пор, пока в перечне нарушений останется последнее нарушение, против которого Вы поставите цифру 10».

Процедура парных сравнений (сравнение внутри пар) состоит в том, что респондентам предлагается сравнить попарно между собой *n* различных объектов (суждений) по степени выраженности каких-либо их качеств (свойств) или по степени значимости для данного человека. Обычно принимают $n \leq 15$ и составляют все возможные пары из я. Их число равно $n(n - 1)/2$. Каждая пара объектов предлагается респондентам. Требования при этом такие:

1) не разрешается отказ от выбора, т.е. для каждой пары должно быть либо $a > b$, либо $b > a$;

2) объекты предъявляются в случайном порядке внутри пары;

3) порядок предъявления пар должен быть случайным.

Пример 3. При изучении эффективности телепередач, проведенном в 1970 г. Комитетом по телевидению и радиовещанию при Совете Министров СССР для реализации процедуры парных сравнений, использовался следующий вопрос: «Представьте, что по Вашему телевизору идут одновременно две передачи, а Вы можете посмотреть лишь одну. Какую Вы выберете?

1. Спортивная передача или информационная программа «Время».

2. «Кабачок «13 стульев» или передача «7 дней».

3. «Клуб кинопутешествий» или «Сельский час».

4. Спортивная передача или «Огонек» и т.д.».

Считается, что процедура парных сравнений является более доступной для восприятия респондента, так как сравнение двух объектов произвести легче, чем ранжировать целый набор. Однако среди процедур шкалирования, выделенных в методических документах, процедура парных сравнений встречается крайне редко. Это можно объяснить тем, что она более трудоемка, чем ранжирование, т. к. число сравниваемых пар пропорционально n^2.

Наиболее распространенным типом процедур сбора данных в процессе шкалирования в советской социологии является оценка предъявляемых объектов (отнесение к категориям). Эта оценка может быть получена путем использования вопросов (заданий) самого разного вида:

1. Респонденту задается последовательность чисел или баллов, и он присваивает каждому объекту определенное число либо в соответствии со степенью выраженности качества (свойства), либо в зависимости от значимости этого объекта для респондента.

Пример 4. В анкете, посвященной улучшению организации социалистического соревнования на предприятии (Ленинград, 1973 г., Облсовпроф), использовался следующий вопрос:

Оцените, пожалуйста, по пятибалльной шкале основные стороны в организации соревнования на Вашем предприятии (1 будет означать наиболее низкую удовлетворенность, 5 — наиболее высокую).

	5	4	3	2	1	Трудно сказать

Помощь администрации
Помощь общественных организаций
Материальное стимулирование
Продвижение по работе и т.д. (всего 8)

2. Кроме последовательности чисел (баллов) может быть задана последовательность вербальных суждений.

Пример 5. В анкете, составленной социологической группой ЛВПШ (1969 г.), использовалась следующая процедура:

Не могли бы Вы указать, насколько интересны для Вас занятия тем или иным видом деятельности?

Вид деятельности	Шкала интереса			
	Очень интересно	Интересно	Неинтересно	Совершенно неинтересно
Подготовка документов				
Чтение и анализ документов				
Индивидуальные беседы				
Участие в совещаниях				
Работа в первичных партийных организациях				
Телефонные разговоры				
Теоретическая подготовка				

3. Для получения оценки может быть использовано и графическое представление. В этом случае оценка производится путем помещения предъявляемых объектов в одну из граф.

Пример 6. При экспертном опросе предлагалось оценить возможное влияние каждого из 32 показателей прогностического фона на познавательную потребность молодежи с помощью определенного графического представления[11].

Широкое распространение процедур, связанных с оценкой предъявляемых объектов, можно объяснить тем, что они имеют ряд преимуществ по сравнению с ранжированием и парными сравнениями[12].

Особым типом процедур сбора данных в процессе шкалирования является *сравнение или оценка пар объектов по степени сходства между ними.*

[11] См.: *Чередниченко В.В.* Применение опроса экспертов для анализа и учета прогностического фона.— Социологические исследования, 1976, № 2.

Эти процедуры аналогичны процедурам сравнения и оценки объектов с той лишь разницей, что вместо объектов требуется сравнить или оценить сходство между парами объектов[13].

Пример 7. Пусть исследователя интересует мнение респондентов о близости различных категорий трудящихся по их образу жизни. В этом случае респонденту может предъявляться набор пар категорий трудящихся. Вопрос в анкете может быть сформулирован таким образом: «Проранжируйте, пожалуйста, указанные пары категорий по степени близости их образов жизни, поставив на первое место пару с наиболее похожим образом жизни, а на последнее — с наименее похожим».

Процедуры такого типа практически не встречаются при опросах в нашей социологической практике. Это объясняется тем, что способы анализа полученной информации разработаны совсем недавно и малоизвестны. Однако эта информация является исходной для многомерного шкалирования, использование которого представляется весьма перспективным и будет описано в главе IV.

Типология данных. Целью каждой из рассмотренных выше процедур сбора данных в процессе шкалирования является получение информации, которая может быть подвергнута дальнейшему анализу. Однако если рассматривать полученную информацию как исходную для дальнейшего анализа, то оказывается, что существенным является не только способ получения этой информации, но и предположения о том, каким образом респондент производит сравнение или оценивание объектов.

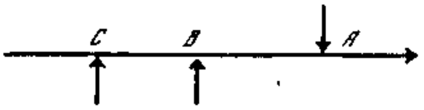
Исходя из этого, назовем первичными данными информацию, полученную от отдельного респондента с учетом предположений о характере произведенного им сравнения или оценивания. Анализ методических документов показывает, что обычно при ранжировании предполагается наличие некоторого свойства (характеристики), по которому происходит это ранжирование, и из предъявляемых объектов тот является более значимым, который в большей степени об-| ладает данным свойством. Геометрическая интерпретация этого предположения состоит в том, что каждый объект может быть представлен точкой на прямой, соответствующей данному свойству (векторная модель). Если респондент считает объект А наиболее значимым из трех объектов (А, В, С), а объект С — наименее значимым, то соответствующие точки лежат на прямой, как показано на рис. 2.

Однако такое предположение не представляется естественным для примеров 1 и 2: вряд ли можно считать, что респондент упорядочивает характеристики работы именно по

[12] *Guilford J. P.* Psychometric methods.

степени выраженности какого-либо единого свойства. Здесь более уместным кажется предположение о том, что ранжирование производится в соответствии с тем, насколько далеки ранжируемые объекты от некоторого «идеального» для данного респондента[14]. Геометрически это предположение можно интерпретировать следующим образом: если респондент считает один объект А наиболее значимым из трех объектов А, В, С), а объект С — наименее значимым, то соответствующая объекту А точка лежит ближе всех к «идеальной» точке I, а точка С наиболее удалена от I (рис. 3).

Хорошей иллюстрацией различия между двумя предположениями (моделями) может служить следующий простой пример. Пусть имеется *n* чашек кофе, которые отличаются друг от друга только лишь количеством сахара, т.е. «сладостью». Если экспертам предлагается проранжировать их по степени «сладости», то мы имеем



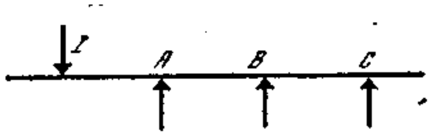


Рис. 2. Геометрическая интерпретация ранжирования объектов вдоль одной определенной характеристики (векторная модель)

Рис. 3. Геометрическая интерпретация ранжирования объектов с помощью идеальной точки

чистый случай векторной модели (см. рис. 2). Если же эксперты располагают чашки с кофе по степени предпочтения (нравится — не нравится), то такое ранжирование можно интерпретировать с помощью «идеальной» точки, т.е. можно считать, что у каждого эксперта есть представление об «идеальной» чашке кофе. При оценке реальных чашек кофе эксперт на первое место ставит ту, которая по вкусу ближе всего к «идеальной», а на последнее — самую невкусную, с его точки зрения, чашку кофе, т.е. наиболее далекую от «идеальной»; при этом совершенно очевидно, что в общем случае ранжирования по «сладости» и по вкусу совпадать не будут.

К сожалению, в социологических задачах почти всегда трудно установить, по какой из моделей проводится ранжирование. Так, например, если требуется проранжировать набор профессий по «привлекательности», то трудно заключить, является ли «привлекательность» единой объективной характеристикой типа «сладости», пли же «привлекательность» связана с наличием представления об «идеальной» профессии. Поэтому выбор предположения о характере поведения респондента является важным и существенным моментом при сборе данных в процессе шкалирования.

[13] Говоря в терминах эмпирических систем с отношениями, элементами эмпирической системы в данном случае являются не объекты, а пары объектов, и соответствующие отношения задаются на этих ларах.

Таким образом, при ранжировании существуют два предположения, которые приводят к двум разным типам данных. Аналогичные предположения могут быть введены и для процедуры парных сравнений, и для процедур оценивания объектов. В результате мы имеем два основания для типологизации данных: вид процедуры и пред-

Таблица 3

Типы данных

Процедура		Предположения	
		сравнение (оценка) объектов производится по степени выраженности определенной характеристики	сравнение (оценка) объектов производится по степени удаленности от идеальной точки
Сравнение бъектов	ранжирование сравнение внутри пар	I	II
Оценка объектов	графические оценки вербальные оценки числовые оценки	III	IV
Сравнение или оценка пар объектов		V	—

положение о характере сравнения или оценивания. Полученные типы данных сведены в табл. 3.

Приведенная типология данных является менее общей, чем хорошо известная типология Кумбса[15]. Это объясняется тем, что мы ограничиваемся только теми процедурами сбора данных при шкалировании, которые используются при построении шкал оценок. Такое ограничение позволяет сделать типологию менее формализованной, а следовательно, более удобной для практического использования. Так как данная типология не противоречит типологии Кумбса, а может быть включена в нее, то для обозначения полученных типов данных (I — V) нами используется уже устоявшаяся терминология, введенная Кумбсом. Типу I соответствуют данные «stimulus comparison» (сравнение объектов), типу II — «preferensial choice» (выбор по предпочтению), типам III и IV — «single stimulus» (отдельный объект) и типу V — «similarity» (сходство).

[14] Впервые модель «идеальной» точки была предложена Кумбсом (*Coombs C.H.* Psychological Scaling without a Unit of Measurement.— Psychol. Rew., 1950, N 57).
[15] *Coombs C.H.* A Theory of Data. N. Y., 1964

3. Агрегированные данные и дополнительные предположения. Принципиальная схема процесса шкалирования

Агрегирование. Когда речь шла о типах данных (см. табл. 3), имелось в виду, что эти данные получены от одного респондента. Такие данные характеризуют отношения между элементами эмпирической системы (объектами), заданные одним респондентом (первичные данные). В случае процедуры парных сравнений первичные исходные данные могут быть представлены в виде матрицы, элемент которой a_{ij} равен 1, если i-й объект больше j-го, и 0 в противоположном случае. Эта матрица задает отношение «больше» между элементами рассматриваемой эмпирической системы.

Поскольку социолога интересуют только эмпирические системы, отношения между элементами которых задаются группой респондентов, первичные данные должны быть подвергнуты определенным преобразованиям, которые назовем агрегированием.

Рассмотрим, например, как происходит агрегирование при использовании процедуры парных сравнений (данные типа I). В качестве матрицы агрегированных данных в рассматриваемом случае чаще всего выступает матрица относительных частот. Она получается посредством поэлементного сложения всех матриц, соответствующих отдельным респондентам, и деления полученных величин на общее количество респондентов. На пересечении i-й строки и j-го столбца стоит величина p_{ij}, выражающая долю тех респондентов, которые предпочли i-й объект j-му. При этом можно предположить, что величина P_{ij} характеризует вероятность того, что i-й объект «больше» по заданному свойству для рассматриваемой группы респондентов, чем j-й. Естественно считать, что если $P_{ij} > 0{,}5$, то i-й объект «больше», чем j-и. Эти рассуждения можно рассматривать как построение отношения «больше» в такой эмпирической системе, т.е. выявление тех пар объектов, которые находятся друг с другом в этом отношении.

Агрегирование одних и тех же первичных данных может быть осуществлено различными способами в зависимости от того, какой метод шкалирования предполагается использовать в процессе анализа. Так, например, при ранжировании агрегированные данные могут быть представлены как в форме матрицы попарных сравнений, так и в форме матрицы относительных частот для рангов, т.е. в форме матрицы, элементом которой c_{jk} является относительная частота того, что i-й объект поставлен на k-е место.

Для данных, полученных с помощью процедур оценивания (данные типов III и IV), в некоторых случаях агрегирование выступает непосредственно как метод шкалирования. Шкальные значения объектов для группы респондентов получают обычно как средние арифметические значения оценок отдельных респондентов. На этом процесс шкалирования в данном случае считается завершенным. При этом надо иметь в виду, что, используя в качестве шкальных значений средние арифметические, необходимо учитывать как адекватность самой операции вычисления среднего арифметического, так и возможность интерпретации.

Агрегирование является непосредственно методом шкалирования, например в случае прямых количественных оценок. В опросном листе, составленном с целью изучения процесса деятельности научных коллективов (Институт истории естествознания и техники АН СССР, 1972 г., Москва) содержится такой вопрос:

Какую долю рабочего времени Вам приходится затрачивать на выполнение функций административного характера и снабженцев?

Административные функции	Снабженческие функции
Почти все время	
Около ¾ времени	
Около ½ времени	
Около ¼ времени	
Около 0,1 времени	
Не затрачиваю никакого времени	

В этом случае шкальными значениями затрат времени на соответствующие функции для группы научных сотрудников (респондентов) будут средние арифметические затрат времени по этой группе.

Однако в ряде случаев, если первичные данные получены с помощью процедур оценивания (типы III, IV), агрегирование не может служить в качестве метода шкалирования. Вообще говоря, решение о том, может ли агрегирование служить методом шкалирования, зависит от предположений о способности респондента давать количественные оценки: если предполагается, что респонденты в состоянии давать такие оценки объектам, то вычисление различных средних по группе респондентов может иметь смысл. В противном случае, когда при оценивании (отнесении к категориям) устанавливаются лишь отношения порядка между объектами, агрегирование чаще всего представляет собой нахождение частоты, с которой тот или иной объект попадает в данную категорию. Такие агрегированные (вторичные) данные служат исходными для различных методов шкалирования (метод равнокажущихся интервалов, метод последовательных интервалов), которые будут рассмотрены в следующей главе.

Аналогичные рассуждения справедливы для агрегирования данных «сходства» (тип V) с той лишь разницей, что в качестве объектов здесь выступают пары объектов.

Дополнительные предположения. В тех случаях, когда есть основания полагать, что в эмпирической системе существуют отношения более высокого уровня, чем те, которые можно получить от респондента в результате той или иной процедуры (а также, когда получение от респондента отношений более высокого уровня требует использования более сложных процедур), возникает необходимость в дополнительных предположениях о характере отношений в эмпирической системе.

Так, например, если исходные данные получены с помощью процедуры парных сравнений (тип I) и есть основания полагать, что *в* эмпирической системе имеют смысл расстояния между рассматриваемыми объектами, можно задаться целью построить отображение в такую числовую систему, в которой отношения разностей

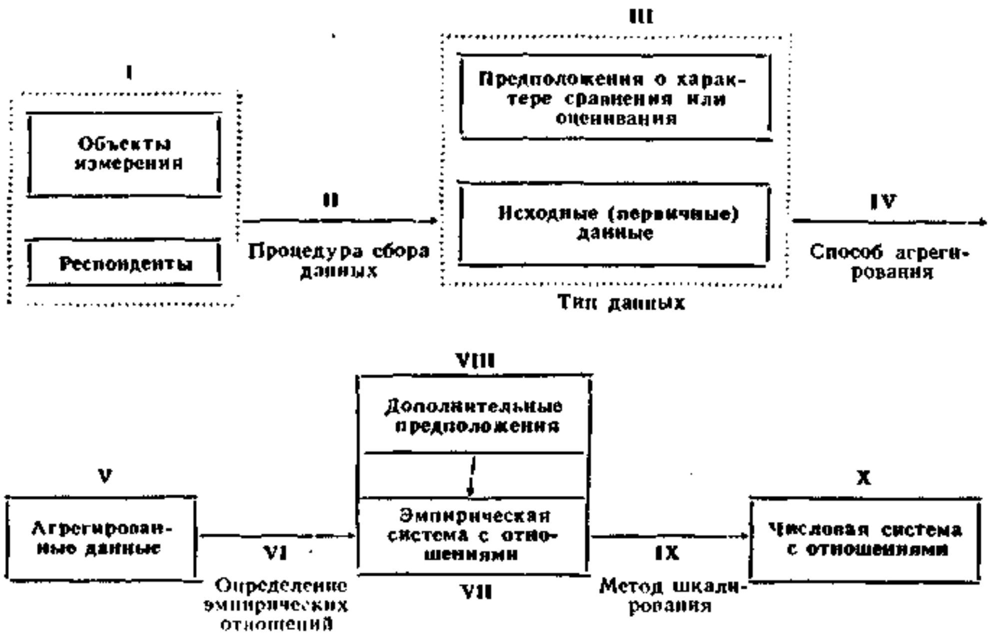


Рис. 4. Принципиальная схема процесса шкалирования в социологии

I — выбор объектов измерения и респондентов; II — реализация процедуры сбора данных; III — определение типа исходных данных; IV—агрегирование; V— агрегированные данные; VI — выявление объектов с заданными отношениями; VII — эмпирическая система с отношениями; VIII—формулировка дополнительных предположений; IX — выбор и реализация метода шкалирования; X — определение шкальных значений

между шкальными значениями объектов отображают соответствующие отношения между расстояниями в эмпирической системе. Однако исходные данные не задают интересующих нас отношений между расстояниями в этой эмпирической системе. Введение в метод парных сравнений (см. главу III) предположения о нормальности распределения искомых шкальных значений по сути дела заменяет эти недостающие эмпирические отношения[16].

Все те вопросы, которые были рассмотрены в этой главе,— принятие решения о том, приписываются ли числа объектам или респондентам, реализация процедур сбора данных при шкалировании, типология данных, задача агрегирования и дополнительные предположения — есть последовательность задач, которые с необходимостью возникают перед исследователем в процессе шкалирования. Эта последовательность (или все эти этапы) могут быть представлены в виде принципиальной схемы процесса шкалирования (рис. 4).

По поводу приведенной схемы процесса шкалирования отметим следующее:

— этапы I — VII есть последовательность построения эмпирической системы с отношениями[17];

— все этапы шкалирования встречаются не только в процессе построения шкал оценок, но и для установочных шкал с той лишь разницей, что в последнем случае объектом измерения являются личностные характеристики людей;

— в реальном процессе шкалирования могут реализоваться не все этапы (например, как уже отмечалось, агрегирование может непосредственно приводить к получению шкальных значений и т.д.);

— построением эмпирической системы с отношениями (этап VII) завершается процесс шкалирования на этапе сбора данных. Этап анализа данных состоит в выборе и реализации методов шкалирования, которые будут подробно рассмотрены в последующих главах.

[16] В этом случае мы фактически имеем дело с таким фрагментом реальности, который не удается описать в терминах эмпирической системы с отношениями.
[17] Об этапах IX—X речь пойдет в главах III—IV.

Глава третья. Одномерные методы шкалирования

Мы рассмотрели основные этапы построения эмпирической системы с отношениями, т.е. ту часть общего процесса шкалирования, которая реализуется на этапе сбора данных.

Перейдем к описанию наиболее важных с методической и практической точек зрения методов одномерного шкалирования, предназначенных для анализа данных типа «сравнения объектов», «выбор по предпочтению» и «отдельный объект»[1]. Это вторая часть общего процесса шкалирования, которая реализуется на этапе анализа данных.

1. Метод парных сравнений

Закон сравнительного суждения. Пусть на этапе сбора данных использовалась процедура парных сравнений и предполагалось, что сравнение объектов производится по степени выраженности определенной характеристики. Тогда (см. табл. 4) мы получим данные типа I. Эти данные для группы респондентов представляются обычно в следующем виде:

Здесь $a_1, \ldots, a_n$ – предъявляемые для сравнения объекты, $P_{j>t}$ – относительная частота выборов, в которых объект a_j признан «больше» объекта a_t.

Такая информация, т.е. значения относительных частот, оказывается вполне достаточной для получения значений объектов на шкале порядка[2]. Однако такой эмпирической системе с отношениями

Таблица 4

	a_1	a_2		a_j		a_n
a_1		$p_{2>1}$		$p_{j>1}$		$p_{n>1}$
a_2	$p_{1>2}$			$p_{j>2}$		$p_{n>2}$
a_i	$P_{1>i}$	$p_{2>i}$		$P_{j>i}$		$p_{n>i}$

[1] Методы, предназначенные для анализа данных «сходства» (similarity), будут рассмотрены в главе IV.
[2] Это справедливо в случае отсутствия нетранзитивных данных, т.е. ситуации, когда, например, для трех объектов a_1, a_2, a_3 имеют место неравенства $a_1 > a_2$, $a_2 > a_3$, но $a_3 > a_1$.

a_n	$p_{1>n}$	$p_{2>n}$		$p_{j>n}$		

нельзя поставить в соответствие интервальную шкалу. Для того чтобы это можно было сделать, нужно ввести дополнительные предположения, которые возместят недостающие отношения в эмпирической системе (см. главу II)[3].

Если предлагать респонденту для оценки один и тот же объект через определенные промежутки времени, то на психологическом континууме оценки будут различны. Если каждую из полученных оценок рассматривать как значение случайной величины χ_i, то естественно предположить, что эта случайная величина распределена по нормальному закону с параметрами M_i (среднее значение) и σ (дисперсия).

На этапе сбора данных, когда респонденты сравнивают два объекта a_i и a_j $(i \neq j)$, частота $P_{i>j}$- представляет собой оценку субъективного расстояния между ними d_{ij}. Известно, что если две случайные величины x_i и x_j распределены по нормальному закону, то их разность $(x_i - x_j)$ также будет случайной величиной, распределенной нормально со средним значением $M_{ij} = M_i - M_j$

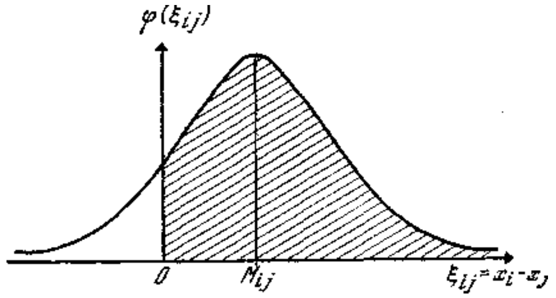


Рис. 5. График плотности нормального распределения случайной величины $\xi_{ij} = x_i - x_j$

и дисперсией $\sigma_{ij}^2 = \sigma_i^2 - \sigma_j^2 - 2r_{ij}\sigma_i\sigma_i$, где r_{ij} – коэффициент корреляции между значениями x_i и x_j.

Кроме того, предполагается, что можно отождествить задачу многократного предъявления объекта одному человеку с задачей однократного предъявления объектов группе респондентов.

На рис. 5 изображен график плотности нормального распределения φ (ξ_{ij}) случайной

[3] Эти предположения применительно к методу парных сравнений были впервые сформулированы Терстоуном в виде «закона сравнительного суждения» *(Thurstone L.L. A* Law of Comparative Judgement.– Psychol. Rev., 1927, 34).

величины $\xi_{ij} = x_i - x_j$ с параметрами M_{ij} и σ_{ij}. Параметры этого распределения M_{ij} и σ_{ij} нам неизвестны, и задача определения расстояний d_{ij} между объектами сводится к оценке этих параметров (и прежде всего среднего M_{ij}) по наблюдаемым относительным частотам $P_{j>i}$. Для двух объектов a_i и $a_j (i \neq j)$ наблюдаемая относительная частота $P_{i>j} = 1 - P_{j>i}$ является оценкой вероятности того, что случайная величина $\xi_{ij} = x_i - x_j > 0$, или оценкой площади под кривой нормального распределения, заштрихованной на рис. 5. Эта вероятность выражается функцией нормального распределения

$$P\{\xi > 0\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ij}} \int_0^\infty e^{-\frac{(t-M_{ij})^2}{2\sigma_{ij}^2}} dt = 1 - N(0; M_{ij}, \sigma_{ij}) \tag{1}$$

Заменой переменных $t' = (t - M_{ij})/\sigma_{ij}$ легко показать, что функция нормального распределения $N(0; M_{ij}, \sigma_{ij})$ удовлетворяет равенству

$$N(0; M_{ij}; \sigma_{ij}) = N\left(\frac{M_{ij}}{\sigma_{ij}}; 0; 1\right) \tag{2}$$

правая часть которого есть функция нормального распределения случайной величины со средним значением 0 и единичной дисперсией. Для этой функции имеются вычисленные табличные значения. Поскольку наблюдаемая относительная частота $P_{i>j}$ является оценкой левой части равенства (2), можно записать

$$N\left(\frac{M_{ij}}{\sigma_{ij}}; 0; 1\right) = P_{i>j} \tag{3}$$

По таблицам для каждого значения $P_{i>j}$ находим оценку отношения M_{ij}/σ_{ij}:

$$Z_{ij} = \frac{M_{ij}}{\sigma_{ij}} \tag{4}$$

или

$$M_{ij} = M_i - M_j = Z_{ij}\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2r_{ij}\sigma_i\sigma_j}. \tag{5}$$

Если за шкальные значения S_i и S_j объектов a_i и a_j на искомой шкале интервалов принять их средние значения M_i и M_j то закон сравнительного суждения записывается в виде соотношения

$$S_i - S_j = Z_{ij}\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2r_{ij}\sigma_i\sigma_j}. \tag{6}$$

Соотношение (6) представляет собой систему из $n (n - 1)/2$ уравнений. Число неизвестных (S_k, a_k, r_k) в этой системе уравнений (6) больше числа уравнений. Поэтому система уравнений (6) не имеет решения и необходимо ввести упрощающие предположения:

1. При предположении, что $r_{ij} = 0$, получаем

$$S_i - S_j = Z_{ij}\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}. \qquad (7)$$

Полученная система уравнений (7) имеет решение.

2. Если считать дисперсии σ_i^2 и σ_j^2 приблизительно .равными, система уравнений (7) упрощается:

$$S_i - S_j = \sqrt{2}Z_{ij}(\sigma_i + \sigma_j).$$

3. Если далее предположить, что $\sigma_i = \sigma_j$[4], то из (7) имеем

$$S_i - S_j = \sqrt{2}Z_{ij}\sigma_i.$$

Принимая за единицу шкалы $\sqrt{2\sigma_i}$ получим простейшую форму закона сравнительного суждения:

$$S_i - S_j = \sqrt{2}Z_{ij}. \qquad (8)$$

Система уравнений (8) должна быть решена относительно *n* неизвестных S_k *(k* = 1 / ft). Так как число неизвестных меньше числа уравнений, система (8) является переопределенной и может быть решена, например, методом наименьших квадратов.

Ранжирование и парные сравнения. Если на этапе сбора данных использовалась процедура ранжирования, т.е. предложенные объекты выстраивались в иерархию (ряд), где на первом месте стоит объект с максимально выраженным качеством (свойством), а на последнем – объект с минимально выраженным свойством, то мы также получаем данные типа stimulus comparison, но в несколько иной форме.

Пусть имеется *n* объектов $S_i, \ldots, S_n$, каждый из которых может быть поставлен на одно из *n* мест, или каждому из которых может быть присвоен один из *n* рангов $r_1, \ldots, r_n$. Существуют два пути анализа таких данных. Первый, наиболее простой, состоит в использовании метода парных сравнений. Любое ранжирование сводимо к набору парных сравнений. Действительно, если, например, четыре объекта проранжированы в порядке S_1, S_2, S_3, S_4 то это соответствует шести сравнительным суждениям: $S_1 > S_2$, $S_1 > S_3$, $S_1 > S_4$, $S_2 > S_3$, $S_2 > S_4$, $S_3 > S_4$. Поэтому с точностью до процедуры сбора данных метод ранжирования аналогичен методу парных сравнений.

Второй путь анализа состоит в разработке специальных методов шкалирования, основанных на дополнительных (апостериорных) предположениях. Наиболее

[4] Предположения о приблизительном или точном равенстве дисперсий необходимы и играют важную роль в методе парных сравнений, так как в противном случае расстояния между каждой парой объектов нельзя считать вычисленными в одних и тех же единицах.

распространенным является метод нормализованных рангов, предложенный Гилфордом[5]. Им же показана высокая согласованность результатов применения этого метода с методом парных сравнений.

Пример 1. Использование метода парных сравнений на данных, полученных с помощью процедуры ранжирования[6]. В одной из методик исследования респондентам было предложено проранжи-ровать 18 ценностей, т.е. каждая ценность (объект) могла получить ранг от 1 до 18. Для удобства и простоты мы выбрали из набора 18 ценностей 5: A – ответственность, B – смелость во взглядах, C – исполнительность, D – независимость, E – эффективность в делах. Всего было получено 98 ранжирований. Фрагмент полученных данных приведен в табл. 5 (цифры в строках таблицы со ответствуют рангу, полученному для каждой ценности).

Таблица 5

Фрагмент данных ранжирования

Номер респондента	Ценности					Ранжировки
	A	B	C	D	E	
3001	2	13	8	6	3	AEDCB
3002	5	9	3	13	8	CAEBD
3003	1	12	5	15	6	ACEBD
3004	15	16	14	8	3	EDCAB
3005	1	13	2	10	8	ACEDB

Респондент под номером 3001 присвоил ценности A ранг 2, ценности B – ранг 13, ценности C – ранг 8 и т.д. В результате его ранжировка выражается AEDCB, т.е. на первом месте ценность A, на втором – E и т.д., а на последнем – ценность B.

Предположим, что ранжирование проводилось по какой-то скрытой характеристике, относительно которой имеют смысл утверждения типа «ценность A больше ценности B»[7]. Принимая во внимание предположения, связанные с методом парных сравнений, и возможность перевода данных ранжирования в данные парных сравнений, мы представили все ранжировки для 98 респондентов в виде матрицы относительных частот (табл. 6).

[5] *Guilford J.P.* Psichometric Methods. N. Y., 1954.

[6] Эти данные получены при реализации исследовательского проекта "Регуляция и саморегуляция поведения личности в сферах труда и досуга", проводимого группой ленинградских социологов под руководством В.А. Ядова. Используются с любезного разрешения авторов и только лишь для иллюстрации методов без содержательного анализа и интерпретации.

[7] Это предположение далеко не очевидно и требует обязательной эмпирической проверки. Оно используется нами лишь для иллюстрации, ибо позволяет отнести полученные данные к типу stimulus comparison и использовать метод парных сравнений. Естественно, что другие предположения приводят к другим типам данных и другим методам шкалирования. Это различие в моделях будет показано на этих же данных ниже.

Дальнейшие расчеты производятся с помощью таблицы для функции единичного нормального распределения[8]. По значениям относительных частот *P* находятся соответствующие значения *z,* т.е. значения относительных расстояний между ценностями, которые приведены в табл. 7.

Таблица 6

Относительные частоты для пяти ценностей

	A	B	C	D	E
A		P(B>A) = 0,23	P(C > A) =0,14	P(D > A) =0,26	P(E > A) =0,27
B	P(A>B) =0,77		P(C > B) =0,36	P(D>B) =0,54	P(E > B) =0,55
C	P(A>C) =0,86	P(B>C) =0,64		P(D > C) =0,67	P(E>C) =0,68
D	P(A > D)=0,74	P(B > D) =0,46	P(C > D) =0,33		P(E>D) =0,51
E	P(A > E)=0,73	P(B > E) =0,45	P(C > E) =0,32	P(D>E) =0,49	

Таблица 7

Значения относительных расстояний между ценностями

	A	B	C	D	E
A	0	B – A = 0,74	C – A = -1,08	D – A = -0,64	E-A = -0,61
B	A – B = 0,74	0	C – B = -0,35	D – B = 0,10	E – B = 0,13
C	A – C = 1,08	B – C = 0,35	0	D – C = 0,45	E – C = 0,48
D	A – D = 0,64	B – D = 0,10	C – D = -0,45	0	E – D = 0,03
E	A – E = 0,61	B – E = -0,13	C – E = -0,48	D – E = -0,03	0

Выбрав произвольно точку отсчета 0 и направление отсчета и учитывая, что значения относительных расстояний вычислены с точностью до 0,01, мы можем построить искомый континуум (рис. 6)[9].

2. Техника развертывания

Концепция развертывания. Рассмотрим данные другого типа, полученные с помощью тех же процедур ранжирования (парных сравнений), но в предположении, что сравнение

[8] См.: *Большев Л.Н., Смирнов Я.В.* Таблицы математической статистики, с. 174–180.
[9] Гипотетический пример расчета по методу парных сравнений см.: Рабочая книга социолога. М., 1976, с. 218–219.

объектов происходит по степени предпочтения. Это означает, что для каждого респондента существует «идеальная точка» и объекты ранжируются таким образом, чтобы наиболее предпочитаемый объект находился максимально близко к этой точке, а наименее предпочитаемый – максимально далеко от нее. Выше мы условились называть такие данные выбором по предпочтению.

Техника развертывания (unfolding) позволяет получить упорядоченно-метрическую шкалу, в которой, помимо отношения порядка

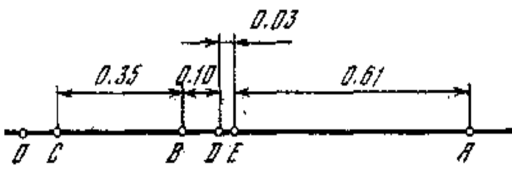


Рис. 6. Значение расстояний между объектами, полученные в единицах дисперсии

для самих объектов, возникает дополнительно отношение порядка для некоторых расстояний между объектами[10]. Кроме того, техника развертывания позволяет получить совместные (агрегированные) оценки для объектов и респондентов (экспертов).

Пусть имеется *n* объектов и *N* респондентов, каждый из которых производит одно ранжирование. Таким образом, данные выбора по предпочтению представляют собой набор *N* ранжировок, среди которых могут быть тождественные. Каждую такую ранжировку будем называть I-шкалой.

Основное предположение, которое делается в рамках техники развертывания, состоит в том, что существует одномерный континуум, вдоль которого в фиксированном порядке располагаются оцениваемые объекты и «идеальные» точки экспертов[11]. Такой континуум будем называть J-шкалой.

Задача развертывания состоит в том, чтобы отобразить максимально возможное число I-шкал в одну J-шкалу[12].

Пример 2. Рассмотрим простой случай для трех объектов. Пусть три объекта A, B, C проранжированы по степени предпочтения пятьюдесятью экспертами. Очевидно, что

[10] Согласно Кумбсу, упорядоченно-метрическая шкала представляет собой такую шкалу, для которой о каждой тройке стимулов можно сказать, что $a > b > c$, а также, что по крайней мере для некоторых интервалов между ними (*ij*, *ik, ..., kl)* либо *jk > kl,* либо *kl > jk,* где *ij* означает расстояние от *i* до *j (Coombs C.H.* Theory of Data. N.Y., 1964).

[11] Это предположение проверяется самой процедурой развертывания, т.е. техника развертывания является шкальным критерием.

[12] Модель «идеальной» точки и концепция развертывания впервые предложены Кумбсом *(Coombs C.H.* Theory of Data). В настоящее время существует ряд модификаций техники развертывания *(Long J.P., Wilken P.H.* A Fully Nonmetric Unfolding Technique: Interval Values from Ordinal Data.– In: Measurement in the Social Sciences. Chicago, 1974).

количество всех различных между собой ранжировок (I-шкал) равно числу перестановок из трех элементов 3! = 6; и пусть частоты, с которыми представлена каждая из этих ранжировок, равны соответственно: I_1 = ABC –12, I_2 = ACB – 2, I_3 = BAC – 18, I_4 = BCA – 9; I_5 = CAB – 3 и I_6 = CBA – 6. Любую из этих I-шкал можно легко интерпретировать геометрически, фиксируя идеальную точку (рис. 7).

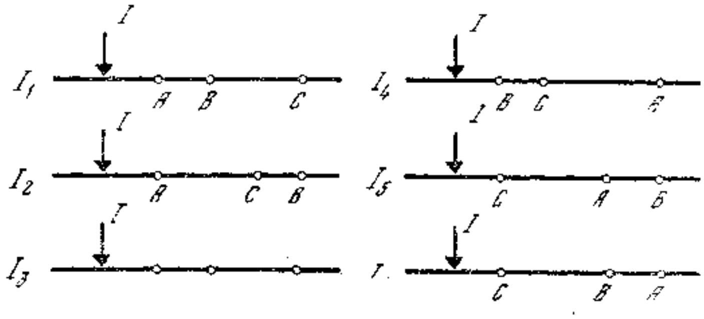


Рис. 7. Геометрическая интепретация I-шкал

На рисунке мы видим, что для ранжировки I_1 самым близким к «идеальной» точке I является объект А, несколько дальше от нее – объект В, еще дальше–объект С, так что расстояние $IC > IB > IA$; для ранжировки I_2 расстояние $IB > IC > IA$ и т.д. и, наконец, для ранжировки I_6 $IA > IB > IC$.

Можно попытаться дать и другую интерпретацию для набора I-шкал. Зафиксируем на континууме произвольный порядок объектов (например, А, В, С) и обозначим середины отрезков через АВ, АС и ВС (рис. 8).

Определим теперь, каким ранжировкам (I-шкалам) соответствует то или иное положение идеальной точки на этом континууме. Если идеальная точка I расположена левее середины отрезка АВ, то имеет место неравенство IA < IB < 1C, что соответствует ранжировке ABC; если идеальная точка расположена между серединой отрезков АВ и АС, то это соответствует ранжировке ВАС; при расположении идеальной точки между серединами отрезка АС и ВС мы имеем ранжировку ВСА; и, наконец, если расположить идеальную точку правее середины отрезка ВС, то это соответствует ранжировке СВА.

Такое построение с фиксированным порядком объектов на континууме, которое позволяет геометрически интерпретировать сразу

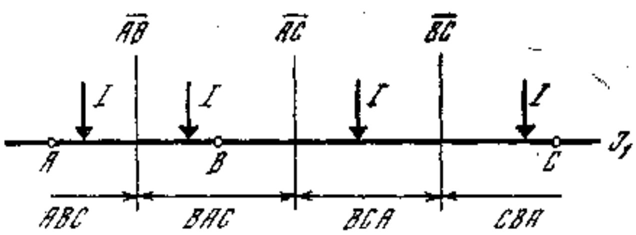


Рис. 8. Геометрическая интерпретация I-шкал с помощью развертывания J_1

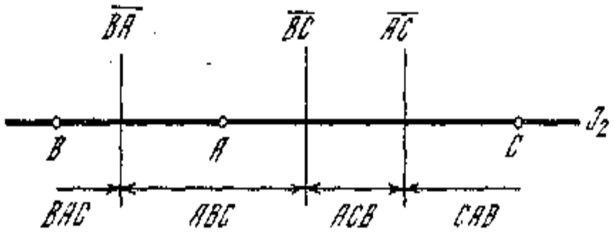


Рис. 9. Геометрическая интерпретация I-шкал с помощью развертывания J_2

несколько I-шкал, называют *развертыванием,* или шкалой. Очевидно, что число таких J-шкал равно половине всех возможных I-шкал (J-шкалы ABC и CBA считаются тождественными); если в качестве искомого континуума выбрать и зафиксировать порядок BAC, то мы получим развертывание J_2 и т.д. (рис. 9). Существенно при этом, что какой бы порядок в качестве искомого мы ни выбрали, ему будут соответствовать не все возможные I-шкалы, т.е. не все ранжировки могут быть отражены с помощью развертывания на J-шкале. В данном случае для трех ранжируемых объектов из шести возможных ранжировок (I-шкал) на любой J-шкале могут быть отражены лишь 4 I-шкалы. Этот набор I-шкал обладает двумя важными особенностями или свойствами.

Обратимость. Две из попавших на J-шкалу I-шкал обратны по отношению друг к другу, т.е. порядок объектов в них прямо противоположен. Так, для развертывания J_1*I*-шкалы ABC и CBA являются взаимно-обратными; для развертывания J_2 взаимно-обратны BAC и CAB (см. рис. 8).

Упорядоченность. На J-шкале ранжировки (I-шкалы) располагаются в определенном порядке так, что для любой I-шкалы соседние по отношению к ней I-шкалы отличаются только одной инверсией, т.е. только одной перестановкой объектов. Так, например, для развертывания J_1 характерно, что I-шкала BAC отличается от соседней слева I-шкалы ABC только перестановкой объектов A и B. Очевидно, что взаимно-обратные I-шкалы имеют только по одной соседней I-шкале и не могут быть соседними между собой (см. рис. 8,9).

Рассмотрим, какие же из возможных развертываний позволяют более полно использовать наши данные (пример 2) при ранжиро-

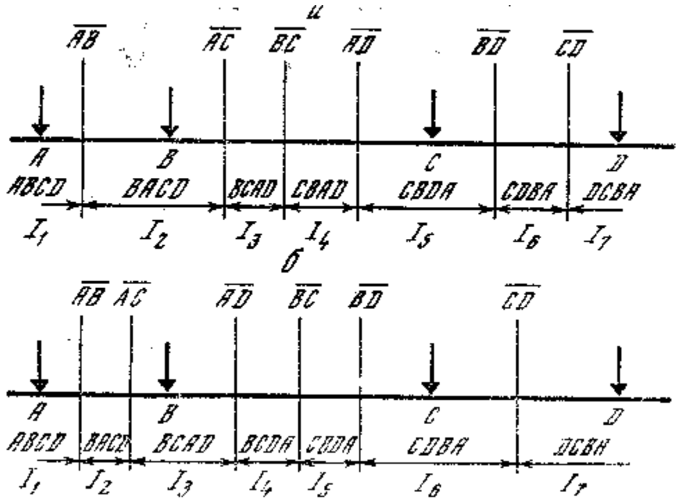


Рис. 10. Различные способы развертывания при ранжировании четырех объектов

вании трех объектов. Как видно из этих данных, модальной ранжировкой является I-шкала ВАС, которую предложили 18 экспертов. Выберем порядок ВАС в качестве фиксированного порядка для искомой J-шкалы. Тогда мы получим развертывание J_2 (см. рис. 9), которое включает четыре I-шкалы: ВАС с частотой 18, АВС с частотой 12, АСВ с частотой 2 и САВ с частотой 3. Таким образом, на шкалу J_2 попало 35 экспертов, или 70%. Если выбрать в качестве искомой шкалу J_1, то видно (см. рис. 8), что на нее попало 45 экспертов, или 90%, т.е. потери информации меньше. Если предположить, что ранжировки АСВ с частотой 2 и САВ с частотой 3 – случайные ошибки, то естественно принять шкалу J_1 за искомую.

Таким образом, мы получили совместное распределение объектов и «идеальных» точек вдоль континуума J_1. Однако в случае ранжирования трех объектов мы ничего не можем сказать ни о величине расстояний между ними, ни даже о порядке расстояний. Если же ранжированию подвергаются четыре и более объектов, то информация о порядке расстояний между некоторыми из них становится доступной.

Пусть имеется четыре объекта A, B, C, D. Тогда, если принять фиксированным на J-шкале порядок ABCD, развертывание будет включать в себя семь различных I-шкал, и построить его можно двумя способами (рис. 10). Оба эти способа построения J-шкалы равноправны, и различие между ними состоит лишь в ранжировке I_4. В случае, изображенном на рис. 10, *а,* I_4 = CBAD, так как в какой бы точке между серединами отрезков $\overline{BC}$ и $\overline{AD}$ ни находилась «идеальная» точка данного эксперта, она будет ближе всего к точке C, следующей по расстоянию от «идеальной» точки будет B, затем точка A и, наконец, точка D. В случае, изображенном на рис. 10, *б,* I_4 = BCDA, так как середина отрезка $\overline{AD}$ теперь расположена левее середины отрезка $\overline{BC}$. Отсюда видно, что порядок развертывания I-шкал вдоль искомого континуума тесно связан с порядком расположения середин соответствующих; отрезков, а следовательно, с расстояниями между ними. Действительно, если I_4 = CBAD, то середина отрезка $\overline{BC}$ расположена левее середины отрезка $\overline{AD}$ и расстояние $\overline{CD} > \overline{AB}$; если I_4 = BCDA, то справедливо неравенство $\overline{AB} > \overline{CD}$. Таким образом, порядок расположения I-шкал вдоль искомого континуума позволяет устанавливать отношения порядка для некоторых расстояний между ранжируемыми объектами (рис. 11).

Основным критерием для выбора одного из двух возможных путей развертывания является частота, с которой встречается та или иная ранжировка. Если, например, окажется, что ранжировка CBAD встретилась с частотой 1, а ранжировка BCDA – с частотой 5, то естественно включить именно BCDA.

Резюмируя, можно предложить следующий алгоритм развертывания:

1. Определить порядок расположения объектов на искомой I-шкале исходя из того, чтобы максимальное число I-шкал могло расположиться на 1-шкале.

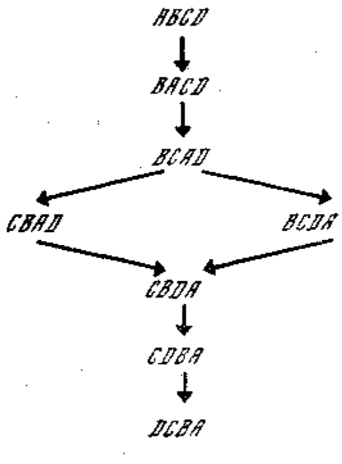
2. Определить порядок расположения I-шкал вдоль искомого континуума.

3. Найти порядок расположения середин соответствующих отрезков и порядок расстояний между объектами.

4. Проверить, ложатся ли исходные данные на одномерный континуум.

Использование техники развертывания. Рассмотрим те же данные ранжирования пяти ценностей, которые были использованы в предыдущем параграфе для иллюстрации метода парных сравнений (прим. 1). Формально это одни и те же данные, но если для метода парных сравнений они относились к типу данных сравнения объектов, то в случае развертывания мы рассматриваем их как данные выбора по предпочтению.

При рассмотрении этих данных мы обнаружили, что большинство ранжировок (свыше 60%) заканчиваются либо объектом C, либо B. Ценность C на последнее место поставили 38 экспертов, а ценность B – 22 эксперта. Этот факт означает, что указанные объекты (ценности) расположены относительно далеко от «идеальных» точек



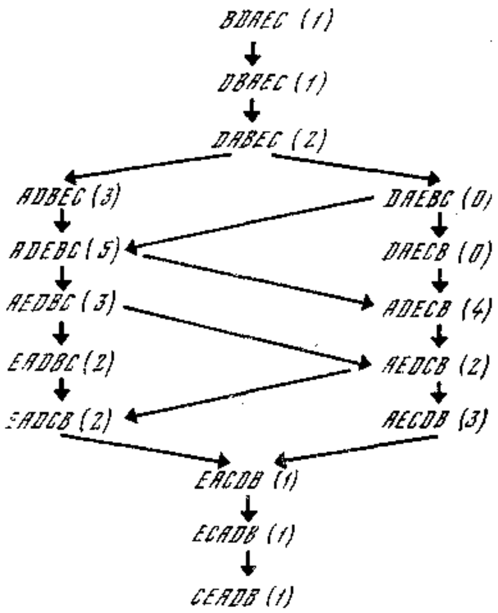


Рис. 11. Схема развертывания при ранжировании четырех объектов

Рис. 12. Схема развертывания в J-шкалу BDAEC данных ранжирования пяти ценностей

экспертов и их можно принять за конечные точки искомого континуума. С другой стороны, объект А (ценность, интерпретируемая как «ответственность») 50 экспертов (более 50%) ставят на первое место, т.е. ближе всего к своим «идеальным» точкам. Это означает, что на искомом континууме точка А должна находиться где-то посередине.

Такая предварительная информация позволяет зафиксировать порядок точек В, С и А на искомом континууме. Остается определить относительный порядок точек D и Е, т.е. проверить две альтернативы: порядок расположения объектов на искомой J-шкале есть либо BDAEC, либо BEADC.

Легко показать по аналогии с ранжированием четырех объектов, что в случае пяти объектов в J-шкалу развертывается 11 различных I-шкал, причем способов такого развертывания оказывается 12 (рис. 12).

На рисунке показана схема развертывания при ранжировании пяти объектов, в качестве искомой J-шкалы выбирается упорядочение BDAEC. В скобках приведены частоты для каждой I-шкалы.

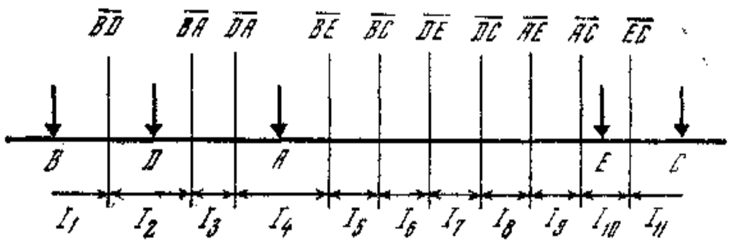


Рис. 13. Расположение I-шкал и средних точек на искомой J-шкале

Стрелками показаны все 12 возможных способов развертывания, т.е. путей перехода от I-шкалы BDAEC к CEADB. Выбор наиболее подходящего из них осуществляется на основе большей частоты. Так из альтернативных I-шкал ADBEC и DAEBC выбираем первую, так как она встречается в данных с частотой 3, в то время как ранжировка DAEBC представлена с нулевой частотой. Аналогично происходит выбор дальнейшей последовательности I-шкал: ADEBC с частотой 5, ADECB с частотой 4, AEDCB с частотой 2, AECDB с частотой 3 и т.д. В результате получается следующий порядок расположения I-шкал вдоль искомого континуума: I_1 = BDAEC(l), I_2 = DBAEC(l), I_3 = DABEC(2), I_4 =ADBEC(3), I_5 = ADEBC(5), I_6 = AD ECB(4), I_7 = AEDCB(2), I_8 = AECDB(3), I_9 = EACDB(l), I_{10} = ECADB(l), I_{11} = CEADB(l) (рис. 13).

Нетрудно подсчитать, что полученная J-шкала BDAEC включает 24 эксперта (около 25%). Если в качестве искомой J-шкалы выбрать упорядочение BEADC и произвести аналогичные подсчеты, то оказывается, что такая J-шкала включает лишь 20 экспертов[13]. Поэтому в качестве искомой выбирается J-шкала BDAEC с упорядочением I-шкал вдоль нее, указанных на рис. 13.

Следующий шаг состоит в нахождении порядка расстояний между объектами на искомой J-шкале и в приписывании чисел объектам и «идеальным» точкам. Из анализа рис. 13 легко установить три неравенства для расстояний. Действительно, если середина отрезка $\overline{DA}$ лежит левее середины отрезка $\overline{BE}$, следует, что расстояние $\overline{AE} > \overline{BD}$; аналогично, так как середина отрезка $\overline{BC}$ левее середины отрезка $\overline{DE}$, справедливо неравенство $\overline{BD} > \overline{CE}$; и, наконец, из взаимного расположения середины отрезков $\overline{DC}$ и $\overline{AE}$ следует, что $\overline{DA} > \overline{CE}$.

Для приписывания чисел объектам присвоим упорядоченным расстояниям числовые значения $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_h$, где γ_i – положительное действительное число. Присвоим наиболее короткому интервалу EC число γ_1. Поскольку $\overline{BD} > \overline{CE}$, можно считать, что $\overline{BD} = \gamma_1 + \gamma_2$.

Аналогично $\overline{DA} = \gamma_1 + \gamma_3$. $\overline{AE} = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_4$. Получим ряд равенств:

$$\overline{BD} = \gamma_1 + \gamma_2;\ \overline{DA} = \gamma_1 + \gamma_3;\ \overline{AE} = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_4;\ EC = \gamma_1. \qquad (9)$$

Приняв за единицу шкалы γ_1=l, получим $\overline{BD} = 1 + \gamma_3$, $\overline{DA} = 1 + \gamma_3$, $\overline{AE} = 1 + \gamma_2 + \gamma_4$ и EC = 1. Примем за начало отсчета точку C, т.е. положим C = 0. Тогда получим следующие значения для ранжируемых объектов на J-шкале. E = 1, A = $1 + \gamma_2 + \gamma_4$, D = $2 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4$, B =

[13] Расчеты для других J-шкал (BDEAC, ADEBC, EDABC и т.д.) показывают, что число экспертов для них находится в пределах от 10 до 18, что не удовлетворительно.

$2 + 2\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4$. Значения γ_2, γ_3, γ_4 могут быть выбраны произвольно[14].

Следующий шаг состоит в определении «идеальных» точек для каждого человека. Это можно сделать, предположив, что «идеальная» точка любого эксперта находится в центре интервала, образованного средними точками соответствующих отрезков. Так, для эксперта, предложившего ранжировку BDAEC, «идеальная» точка имеет значение

$$I_1 = 2 + 2\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 - \frac{1+\gamma_2}{4} = \frac{7}{4}(1+\gamma_2) + \gamma_3 + \gamma_4$$

Ранжирование I_5 (ADEBC) предложили пять экспертов. Будем считать их идеальные точки совпадающими и расположенными в центре интервала, образованного средними точками отрезков $\overline{BE}$ и $\overline{BC}$. Тогда «идеальная» точка 1_5 имеет значение $I_5 = (7 - 4\gamma_2 +2 \gamma_3 + 2 \gamma_4)/4$ и т.д.

Таким образом, построена шкала, на которой численные значения приписаны не только объектам, но и респондентам.

Мы воздержимся от содержательной интерпретации полученной шкалы, ибо для этого требуется значительная дополнительная информация. Сделаем лишь ряд замечаний методического характера.

Во-первых, трактовка исходных данных ранжирования как данных выбора по предпочтению и вытекающая отсюда возможность применения техники развертывания позволили решить совместно две важные задачи измерения на этапе анализа данных: повысить уровень измерения и получить совместное расположение объектов (ценностей) и экспертов на одномерном континууме.

Во-вторых, в отличие от метода парных сравнений при развертывании не потребовалось никаких апостериорных предположений относительно формы распределения исходных данных.

И, в-третьих, полученные при развертывании результаты могут и должны рассматриваться в первую очередь как шкальный критерий, т.е. для проверки гипотезы о том, насколько оценки, даваемые людьми, ложатся на одномерный континуум. Применительно к нашему примеру гипотеза одномерности с большей вероятностью должна быть отвергнута, чем принята. Это связано, во-первых, с содержательными соображениями, поскольку трудно предложить удовлетворительную интерпретацию континуума «смелость во взглядах» – «независимость» – «ответственность» – «эффективность в делах» – «исполнительность», а во-вторых, с тем фактом, что только менее 25% всех опрошенных

[14] Как показали Лонг и Уилкен, независимо от выбора значений γ_i полученные результаты высоко коррелируют между собой – коэффициент корреляции, Пирсона на уровне 0,95–0,99 *(Long J.F., Wilken P.H.* A Fully Nonmetric Unfolding Technique; Interval Values from Ordinal Data, p. 28–31).

укладывается в J-шкалу[15]. Поэтому для этих данных целесообразно использовать методы многомерного шкалирования

3. Методы равнокажущихся и последовательных интервалов

Процедура отнесения к категориям. Для сбора данных типа «отдельный стимул» (single stimulus) обычно используются процедуры отнесения к категориям. Респонденту предлагается отнести каждый из оцениваемых объектов к одной из *m* предъявленных категорий. Подобные процедуры нашли широкое применение в социологической практике. Это объясняется тем, что они обладают рядом преимуществ по сравнению с процедурами парных сравнений и ранжирования:

– требуют от респондента существенно меньшей затраты времени;

– имеют гораздо большую сферу применения;

– более пригодны для респондентов с относительно низким уровнем образования (особенно если категории представлены графически);

– позволяют работать с большим числом объектов (даже метод ранжирования становится малоприменимым при числе объектов больше 30);

– экспериментально показано, что респонденты лучше работают с отдельным объектом.

В то же время методы шкалирования, основанные на данных, полученных с помощью этих процедур, приводят к результатам, хорошо согласующимся, например, с результатами метода Терстоуна для парных сравнений.

В зависимости от тех дополнительных условий, которые налагаются на отношения между категориями, Торгерсон предложил разделить методы шкалирования, использующие исходные данные такого рода, на две группы[16].

К первой из них относятся так называемые методы прямых количественных оценок. Предполагается, что респондент может определить значения объектов на шкале не ниже интервальной. К этим методам относятся: оценки по шкале отношений (rating scales), оценки в балльной и ранговых шкалах, оценки методом равнокажущихся (equal-appearence) интервалов. Действительно, значения (категории) балльной шкалы, например, представляют собой ограниченный ряд чисел, равноотстоящих друг от друга. Предполагается, что присваивание респондентом объектам *a, b, c, d* соответственно 1, 2, 6, 7 баллов означает, что

[15] По данным Лонга и Уилкена, если не меньше 50% всех людей при оценке пяти объектов попадают на упорядоченно-метрическую J-шкалу, то данные могут рассматриваться как одномерные и значения объектов на такой шкале высоко коррелируют с их истинными значениями (см. там же).

[16] *Torgerson W.A.* Theory and Methods of Scaling. N. Y., 1958.

этот респондент устанавливает следующее отношение между объектами в эмпирической системе *a – b = c – d.* Тем самым делается предположение, что соответствующая респонденту эмпирическая система с отношениями есть система типа $\boldsymbol{U}_3$ (см. главу I), которой всегда можно поставить в соответствие интервальную шкалу. Процесс отображения в данном случае заключается в приписывании респондентами чисел объектам. Единственное, что остается здесь сделать для получения интересующей нас шкалы групповых оценок, это усреднить ответы по группе респондентов.

Однако предположение о способности респондента давать прямые количественные оценки объектов представляется достаточно сильным и часто недостаточно обоснованным. Поэтому были разработаны методы шкалирования (Торгерсон относит их ко второй группе), свободные от этих предположений.

В этих случаях обычно считают, что категории упорядочены по степени выраженности изучаемого свойства. Следовательно, относя объекты к той или иной категории, респонденты задают таким образом отношения порядка между объектами.

Для повышения уровня измерения кажется вполне естественным ввести дополнительные предположения о характере распределения оценок объектов респондентами по изучаемой характеристике, аналогичные тем, которые были введены Терстоуном (параграф 1). На основе таких предположений построен, например, метод последовательных интервалов.

Рассмотрим подробнее по одному наиболее распространенному методу из обеих групп.

Метод равнокажущихся интервалов. Метод равнокажущихся интервалов был предложен Терстоуном и Чейвом в 1929 г.[17]

Оцениваемые объекты представлены на отдельных карточках, и респонденты должны отнести каждый объект к одной из *m* категорий (обычно m = 7, 9, 11) так, чтобы расстояния между категориями были равны. Естественно, предполагается, что эти категории должны быть упорядочены по степени выраженности изучаемого свойства. Учитывая предположение о равенстве интервалов между категориями, присвоим им численные значения, представляющие ряд целых чисел от 1 до т.

Оценки в этом случае ничем не отличаются от оценок, полученных по балльной шкале. Кроме того, эти оценки даже лучше балльных в том смысле, что равенство расстояний между баллами является неявным для респондента, а в случае метода равнокажущихся интервалов требование равенства расстояний входит в формулировку вопроса.

Шкалирование, как и во всех методах прямых количественных оценок, свелось здесь к усреднению оценок по группе респондентов. Исходная информация представляет собой частотные распределения объектов по категориям. За шкальную величину S_t объекта *i* обычно берется медиана соответствующего распределения:

$$S_i = M_{ei} = t_{g-1} + \left(\frac{0,5 - \sum P_{g-1}}{P_g} \right) W_g,$$

где *g* – номер категории, в которую попала медиана; t_{g-1} – верхняя граница категории *g* – 1[18] (что эквивалентно нижней границе категории *g*); ΣP_{g-1} – сумма частот, накопленных до категории *g*; P_s – частота попадания стимула *i* в категорию *g*; W_g – ширина категории *g* (здесь принимается равной 1).

В качестве оценки положения объекта на шкале можно брать и среднее, однако, так как распределение обычно является обрезанным по краям (нет градаций – «ниже категорий 1» и «выше категории т»), медиана предпочтительней.

За меру вариации шкальных значений обычно выбирают интерквартильный размах. Если до точки Q_1 и за точкой Q_3 лежат соответственно по 25% данных, то между ними лежит 50% данных.

Разность $Q_3 – Q_1$ и называют интерквартильным размахом *Q*.

$$Q_1 = t_{g-1} + \left(\frac{0,25 - \sum P_{g-1}}{P_g} \right) W_g;$$

$$Q_3 = t_{g-1} + \left(\frac{0,75 - \sum P_{g-1}}{P_g} \right) W_g;$$

$$Q = Q_3 - Q_1.$$

Приведем модельный пример использования метода равнокажущихся интервалов. Пусть 100 респондентов относят три объекта в пять категорий. Тогда данные и результаты можно свести в табл. 8.

Таблица 8

Сводная таблица для метода равнокажущихся интервалов

Объект	Категории					S	Q
	A	B	C	D	E		
	I	II	III	IV	V		

[17] *Thurstone L.L., Chave E. J.* The Measurement of Attitude. Chicago, 1929.
[18] Границы категории *g* определяются таким образом: значение нижней и верхней границ равны g – 0,5 и *g* + 0,5 соответственно.

1	n	2	12	64	18	4	3,1	0,78
	P	0,02	0,12	0,64	0,18	0,04		
	ΣPg	0,02	0,14	0,78	0,96	1		
2	n	6	48	36	8	2	2,4	0,98
	P	0,06	0,48	0,36	0,08	0,02		
	ΣPg	0,06	0,54	0,90	0,98	1		
3	n	2	10	34	50	6	3,58	1
	P	0,02	0,10	0,34	0,50	0,06		
	ΣPg	0,02	0,12	0,46	0,96	1		

Для первого объекта:

$$S_1 = 2{,}5 + \frac{0{,}5 - 0{,}14}{0{,}64} = 3{,}1;$$

$$Q_1 = 2{,}5 + \frac{0{,}25 - 0{,}14}{0{,}64} = 2{,}67;$$

$$Q_3 = 2{,}5 + \frac{0{,}75 - 0{,}14}{0{,}64} = 3{,}45;$$

$$Q = 3{,}45 - 2{,}67 = 0{,}78$$

и т.д.

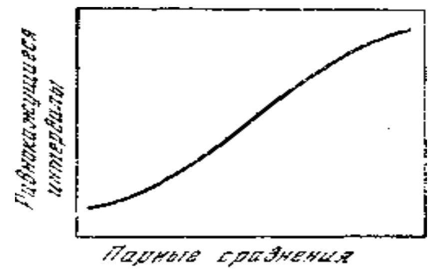


Рис. 14. Кривая соответствия между данными, полученными с помощью методов парных сравнений и равнокажущихся интервалов

В книге Эдвардса[19] проведено сравнение результатов применения методов парных сравнений и равнокажущихся интервалов, полученных для одних и тех же объектов (рис. 14).

Можно заметить, что шкальные значения объектов на концах шкалы почти неразличимы в методе равнокажущихся интервалов в противоположность шкальным значениям, полученным с помощью метода парных сравнений. В промежутке между крайними значениями связь между шкальными оценками линейна. Хотелось бы иметь метод шкалирования, который сохранял бы простоту метода равно-кажущихся интервалов и в то же время приводил к шкальным значениям, линейно связанным с получающимися в методе парных сравнений по всей шкале.

Метод последовательных интервалов. Метод последовательных интервалов (категорий) был предложен в 1937 г. Саффиром как обобщение метода Терстоуна для данных, полученных с помощью процедуры отнесения к категориям[20].

Категории в этом случае рассматриваются как соприкасающиеся сегменты, расположенные упорядоченно по мере возрастания измеряемой характеристики и разделенные границами категорий. Верхняя граница g-категории t_g является одновременно нижней границей $(g + 1)$-й категории.

В основе метода, как и в случае парных сравнений, лежит предположение о нормальном распределении шкальных оценок для каждого объекта по оси измеряемой характеристики.

Предположим, что распределение оценок респондентов объекта *i* подчиняется нормальному закону.

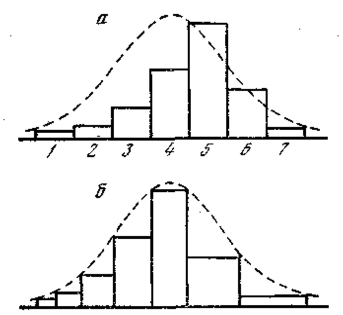


Рис. 15. Частотное распределение оценок объекта – S
а – в предположении равенства интервалов;
б – на шкале с неравными интервалами.

Пусть также имеется эмпирическое частотное распределение отнесения этого объекта к *m* (в данном случае 7) категориям. Предположим теперь, что все категории имеют одинаковую ширину, и построим гистограмму относительных частот попадания объектов в соответствующие категории (рис. 15, *а)*.

Как видно из рис. 15. а, экспериментальное распределение является скошенным. Эту скошенность можно объяснить существующим неравенством ширины категорий в восприятии респондентов. Если предположить, что категории, лежащие правее, имеют большую ширину, то частотное распределение получается существенно более симметричным и близким к нормальному (рис. 15, б*)*.

Из приведенного выше рассуждения вытекает основная идея метода последовательных интервалов: расположить границы категорий таким образом, чтобы распределение шкальных оценок для всех объектов было нормальным.

Для этой цели Саффир предложил использовать закон сравнительного суждения Терстоуна, модифицировав его следующим образом.

---

[19] *Edwards A.L.* Techniques of Attitudes Scale Contraction. N. Y.– L., 1957.
[20] *Saffir M.A.* Comparative Study of Scales Constructed by Three Psychological Methods.– Psychometrika, 1937, v. 2, p. 179–198.

Можно считать, что границы категорий, так же как и оценки шкальных значений объектов x_i, являются случайной величиной x_g с нормальным законом распределения. Если предположить, что, помещая i-й объект в категорию g с границами t_{g-1}, t_g, респондент на самом деле производит парные сравнения объекта i и верхней границы данного интервала t_g, то мы можем заменить в законе сравнительного суждения один из объектов на эту границу. Эта модификация называется законом категориального суждения:

$$M_g - M_i = Z_{ig}\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_g^2 - 2r_{ig}\sigma_i\sigma_g}, \tag{10}$$

где M_g – математическое ожидание для x_g; σ_g – дисперсия x_g; r_{ig} – коэффициент корреляции между x_i и x_g. Запишем его в другом виде:

$$t_g - S_i = Z_{ig}\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_g^2 - 2r_{ig}\sigma_i\sigma_g},$$

где S_i – шкальное значение объекта i; t_g – шкальное значение верхней границы категории g.

Далее обычно предполагают, что $r_{ig} = 0$ и $\sigma_g << \sigma_i$, т.е. границы категорий шкалы фиксированы. В этом случае закон категориального суждения будет выглядеть таким образом:

$$t_g - S_i = Z_{ig}\sigma_i .$$

Кроме того, мы можем положить, что все σ_i $(i = 1 / n)$ равны между собой. Если в качестве масштаба принять σ_i то окончательное уравнение примет следующий вид:

$$t_g - S_i = Z_{ig} \tag{11}$$

Теперь на модельном примере продемонстрируем алгоритм построения шкалы с помощью метода последовательных интервалов. Пусть у нас имеется 100 респондентов, которых мы просим разнести 6 профессий по 5 упорядоченным категориям. Исходными данными являются 6 частотных распределений для профессий. На их основании мы построим матрицу кумулятивных (накопленных) частот

$P_{ig} = \sum_{k=1}^{g} P_{ik}$ (табл. 9).

Таблица 9

Матрица накопленных частот P_{ig}.

Объект	Последовательные категории				
	1	2	3	4	5
1	0,40	0,55	0,86	0,96	1
2	0,28	0,36	0,71	0,90	1

3	0,15	0,30	0,65	0,81	1
4	0,16	0,25	0,54	0,82	1
5	0,09	0,21	0,50	0,74	1
6	0,03	0,08	0,37	0,57	1

Определение границ категорий. Существует несколько методов перехода от матрицы накопленных частот к шкальным значениям объектов на интервальной шкале[21]. Мы рассмотрим алгоритм, предложенный Торгерсоном[22]. Используя закон категориального суждения, можно перейти от матрицы накопленных частот $\{P_{ig}\}$ к матрице квантилей нормального распределения $N(0,1) - \{Z_{ig}\}$ (табл.10)[23].

Таблица 10

Сводная таблица для метода последовательных интервалов

Объект		Последовательные категории					$\sum_g$	$\frac{1}{m}\sum_g$	s_i
		1	2	3	4	5			
		Границы категорий							
			1	2	3	4			
1	Z_{1g}		-0,25	-0,13	1,08	1,75	2,71	0,68	-0,78
2	Z_{2g}		-0,58	-0,36	0,55	1,28	0,89	0,22	-0,32
3	Z_{3g}		-1,04	-0,52	0,39	0,88	-0,29	-0,07	-0,03
4	Z_{4g}		-0,99	-0,67	0,10	0,92	-0,64	-0,16	0,06
5	Z_{5g}		-1,34	-0,81	0	0,64	-1,51	-0,38	0,28
6	Z_{6g}		-1,88	-1,41	-0,33	0,18	-3,44	-0,56	0,76
$\sum_i$			-6,08	-3,64	1,79	5,25	-2,28		
t_i			-1,01	-0,61	0,30	0,94		-0,1	
W_g				0,40	0,69	0,64			

Как мы видим, из рассмотрения выпали нижняя граница первой категории и верхняя граница последней. Это произошло потому, что значение соответствующих накопленных частот в первом случае равно 0, а во втором 1, для которого Z_{ig} не имеет смысла.

Просуммируем теперь уравнение (11) по всем объектам

[21] Прогноз в речевой деятельности. М., 1974.
[22] *Torgerson W.A.* Theory and Methods of Scaling.
[23] Способ перехода см. главу III.

$$\sum_{i=1}^{n} t_g = \sum_{i=1}^{n} S_i + \sum_{i=1}^{n} Z_{ig},$$

и определим начало отсчета из условия

$$\sum_{i=1}^{n} S_i = 0.$$

Тогда шкальное значение верхней границы интервала g будет

$$t_g = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Z_{ig}. \qquad (12)$$

Таким образом, находя среднее арифметическое по столбцам матрицы $\{Z_{ig}\}$,мы определяем шкальные значения верхних границ категорий (см. табл. 10)[24].

Определение шкальных значений объектов. Теперь просуммируем уравнение (11) по всем границам категорий:

$$\sum_{i=1}^{m} t_g = \sum_{i=1}^{m} S_i + \sum_{i=1}^{m} Z_{ig},$$

$$S_i = \frac{1}{m}\sum_{g=1}^{m} t_g - \frac{1}{m}\sum_{g=1}^{m} Z_{ig} \qquad (13)$$

Из уравнения (13) видно, что для определения S_i надо в матрице $\{Z_{ig}\}$ среднее арифметическое по строке соответствующего объекта вычесть из среднего арифметического по строке t_g.

Определение ширины категорий. Если матрица $\{Z_{ig}\}$ является полной, то ширину категорий можно определить, вычитая шкальные значения верхних границ категорий g и g – 1:

$$W_g = t_g - t_{g-1} \qquad (14)$$

Если же матрица неполная, то нужно определить построчные разности $Z_{ig} - Z_{ig-1}$ для тех объектов, где Z_{ig} и Z_{ig-1} существуют, а затем произвести усреднение по этим объектам.

Очевидно, что если у нас имеется m заполненных категорий, то мы можем установить ширину только $m - 2$ из них.

Определение шкальных значений с помощью медианы. Для расчета положения объектов на интервальной шкале, полученной после определения границ категорий, часто используют медиану[25].

Однако при этом существуют определенные ограничения. Во-первых, многие распределения оказываются обрезанными по краям и расчет медианы является

[24] Если матрица $\{Z_{ij}\}$ не является полной, т.е. в ней есть пустые ячейки, то усреднение ведется по числу заполненных ячеек в столбце g.

[25] См.: *Чередниченко В.В.* Применение опроса экспертов для анализа и учета прогностического фона.– Социологические исследования, 1976, № 2.

бессмысленным, если больше 50% частот попадают в крайние категории. Кроме того, невозможно определить *Si* для тех распределений, где медиана приходится на конечные категории (в нашем случае 1 и 5), так как они являются открытыми (т.е. мы не можем определить нижнюю границу первой категории и верхнюю границу последней).

Если медиана приходится на конечные категории, применяют следующий искусственный прием. Половину величины относительной частоты отнесения объекта к первой категории принимают за оценку ее средней точки. Затем анализируют ее так же, как и границы категорий. Таким образом, как бы раздвигая шкалу влево, мы получаем возможность оценивать шкальные значения объектов, которые более 50% респондентов относят к первой категории. Те же самые рассуждения можно провести и для крайней правой категории.

Для проверки качества отображения исходных данных полученными шкальными значениями используют обычно следующий критерий расхождения:

$$\Delta = \frac{\sum_{g=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\left|P_{ig}^{T} - P_{ig}^{э}\right|}{n(m-1)},$$

где $P_{ig}^{э}$ – элементы исходной матрицы накопленных частот; P_{ig}^{T} – накопленные частоты, определяемые по полученным шкальным значениям объектов; P_{ig}^{T} можно определить из соответствующих таблиц, зная Z_{ig}^{T}, где $Z_{ig}^{T} = t_g - S_i$. Сравнение результатов применения методов равнокажущихся и последовательных интервалов к одним и тем же объектам было проведено в коллективной монографии «Прогноз в речевой деятельности» (М., 1974). Авторы установили линейную зависимость между полученными шкальными значениями. Если сопоставить эти результаты с данными Эдвардса (см. рис. 14), то становится ясным, что метод последовательных интервалов не дал выигрыша по сравнению с методом равнокажущихся интервалов в смысле линейной связи с результатами парных сравнений[26].

Интересным обобщением метода последовательных интервалов является шкала стандартных стимулов. В этом случае респонденту дается набор стандартных объектов, которые раньше сами были оценены с помощью методов парного сравнения или последовательных интервалов. Когда существует такой набор объектов, респондент либо приравнивает измеряемый объект к стандартному, либо помещает его между парой стандартных объектов. Мы можем рассматривать стандартные объекты как границы последовательных категорий и воспользоваться любым из применяемых в методе последовательных интервалов способов для оценки шкальных значений изучаемых

[26] *Edwards A.L.* Techniques of Attitude Scale Contraction.

объектов.

Преимущества и недостатки того или иного метода шкалирования важно знать не только из теоретических или методических соображений, но и для практических целей. Различные экспериментальные исследования позволяют сделать ряд заключений о преимуществах и недостатках каждого из этих методов.

1. Оказалось, что наиболее точным, хотя и самым трудоемким, методом для числа объектов $n < 15$ является метод парных сравнений.

2. При сравнении метода парных сравнений с методом ранжирования первый оказывается более точным, так как при ранжировании опрашиваемые стремятся выстроить объекты в линейный ряд даже тогда, когда естественным образом они в линейный ряд не выстраиваются. С точки зрения легкости и экономии времени методы ранжирования гораздо лучше метода парных сравнений. По данным Хевнера, оба метода дают почти идентичные результаты[27].

3. При применении методов отнесения к категориям могут быть получены весьма существенные искажения, особенно для максимальных и минимальных позиций. Наилучшими на практике показали себя шкалы с 5, 7 и 9 градациями. Существует очень мало данных, позволяющих сравнить методы отнесения к категориям с методом ранжирования, однако, по некоторым данным, при оценке 40 игр по степени юмора методы отнесения к категориям лучше метода ранжирования[28]. Однако методы отнесения к категориям, несмотря на свои недостатки, обладают рядом преимуществ на этапе сбора данных по сравнению с методами парных сравнений и ранжирования.

4. В целом экспериментальными данными подтверждается, что результаты применения всех рассмотренных методов достаточно хорошо согласуются друг с другом.

[27] *Hevner K*. An Empirical Study of Three Prychophisical Methods.–J. Gen. Psychol., 1930, v. 4, p. 191–212.
[28] *Guilford J. P.* Pcychometric methods.

Глава четвертая. Многомерное шкалирование при анализе социологической информации

1. Многомерное шкалирование и его специфика

Многомерные и одномерные шкалы. Все традиционные методы шкалирования, часть из которых была рассмотрена в предыдущей главе, используют предположение о наличии некоторой одномерной характеристики, по которой респонденты оценивают изучаемые объекты[1]. В задачах, связанных с получением групповых оценок (именно эти оценки и представляют, как мы уже говорили, наибольший интерес в социологии), это предположение как бы распадается на два: во-первых, оно должно выполняться для единичного респондента, а во-вторых, рассматриваемая характеристика должна однозначно восприниматься всеми респондентами. К сожалению, при использовании методов одномерного шкалирования исследователи крайне редко ставят перед собой задачу проверки введенных предположений, ограничиваясь получением шкальных оценок по этой априорно заданной и, может быть, совсем неодномерной характеристике. Например, В. Н. Шубкин при исследовании «привлекательности» профессий ограничивается групповым упорядочиванием профессий по степени «привлекательности», оставив в стороне вопрос о том, какие конкретные характеристики профессий вкладывали респонденты в это понятие[2].

Автор понимает, что показатели «привлекательности» содержат «элементы оценивания, которые могут основываться на самых различных критериях и которые можно выразить лишь в показателях субъективного отношения»[3]. Однако он сознательно не ставить перед собой задачу поиска этих критериев, считая, что «вряд ли можно надеяться установить конкретные, строго отдифференцированные мотивы, которыми руководствуются люди, рассматривая привлекательность той или иной профессии»[4]. Автор сознает недостатки такого подхода, его интересует вопрос: «Можно ли в принципе преодолеть неопределенность такого рода?»[5]

Конечно, во многих случаях такой подход оказывается недостаточным – сложность социологических объектов часто не позволяет пользоваться предположением о наличии одномерной характеристики, однозначно воспринимаемой всеми респондентами и используемой ими при оценке исследуемых объектов. Иначе говоря, отношения в

[1] Исключением является метод развертывания, который служит одновременно и шкальным критерием, проверяющим предположение об одномерности.
[2] См.: *Шубкин В.Н.* Социологические опыты. М., 1970.
[3] Там же, с 157.
[4] Там же, с. 160.

рассматриваемой эмпирической системе носят такой характер, что при попытке отображения этой системы в числовую оказывается невозможным сохранить эти эмпирические отношения, принимая во внимание только одномерные числовые системы. Сохранение отношений удается осуществить только в том случае, если числовая система будет многомерной.

Хорошо известным примером такой ситуации является обнаружение нетранзитивности строгих предпочтений, возникающее иногда при сборе данных методом парных сравнений. Наличие нетранзитивности обычно связано с тем, что респонденты сравнивают объекты по нескольким основаниям. Рассмотрим следующий пример[6]. Пусть некто выбирает костюм из трех предложенных. Костюм А лучше В, так как сшит из более хорошего материала. В имеет более модный фасон, чем С, но С лучше сидит, чем А. Ясно, что в данном случае невозможно использовать одномерное представление. В этом случае удачной альтернативой служит введение представления о пространстве восприятия. Это представление основано на предположении, что при вынесении суждения об изучаемых объектах данная группа респондентов руководствуется конечным числом существенных, одномерных, общих для всех респондентов факторов, характеризующих данные объекты[7].

Пространством восприятия данной группы респондентов называется пространство, осями которого служат одномерные характеристики (свойства) объектов, воспринимаемые этими респондентами и используемые при вынесении суждения об объектах.

Изучаемые объекты при этом представляются точками в этом пространстве, а проекции соответствующих точек на оси являются шкальными значениями объектов по воспринимаемым характеристикам.

Возвращаясь к предположениям одномерного шкалирования и переходя на язык пространственного представления, можно сказать следующее: первая часть предположения означает, что размерность пространства восприятия респондента не имеет для исследователя значения, а характеристика, по которой ведется оценка, предполагается линией в этом пространстве, на которую объекты могут быть спроектированы. Целью исследователя при данном подходе к построению шкалы оценок является определение значений проекций объектов на эту линию шкальных значений.

Аналогичное рассуждение справедливо и для второй части рассматриваемого предположения. Пусть респонденты неоднозначно воспринимают характеристику, по которой предлагается провести оценку, причем для каждого из них она является одномерной

---

[5] Там же, с. 110.
[6] См.: *Миркин Б.Г.* Проблемы группового выбора. М., 1974, с. 47.
[7] См.: *Сатаров Г.А., Каменский В.С.* Общий подход к анализу экспертных оценок методами метрического многомерного шкалирования. – В кн.: Статистические методы анализа экспертных оценок. М., 1977.

(например, при оценке привлекательности места работы один принимает во внимание только зарплату, а другой только наличие свободного времени и т.д.). В этом случае осями группового пространства восприятия служат субъективные характеристики восприятия отдельных респондентов. Мало вероятно, что точки, соответствующие оцениваемым объектам, расположатся вдоль некоторой прямой в этом пространстве. Их конфигурация может быть достаточно сложной. Использование в этом случае методов одномерного шкалирования может привести к существенным искажениям расположения объектов в пространстве восприятия. Если в такой ситуации использовать, например, метод равнокажущихся интервалов, где получение групповых оценок осуществляют путем простого суммирования оценок всех респондентов, то групповые оценки будут представлять собой проекцию точек на прямую с направляющими косинусами, равными $1/\sqrt{N}$ [8]. В этом случае

$$S_i = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} a_{ih} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{N}\left(\frac{a_{ih}}{\sqrt{N}}\right),$$

где S_i-групповая оценка объекта i; N – число респондентов; a_{ih} – оценка i объекта h - м респондентом, т.е. координата этого объекта по оси h.

Поэтому если исследователя интересует не просто групповая оценка объектов по комплексному и потому трудно интерпретируемому показателю, а то, из каких составляющих и как эта оценка формируется, то обычно поступают следующим образом: производят оценку объектов по целому набору одномерных характеристик, которые, как полагают, и являются теми латентными составляющими, из которых складывается групповая оценка объектов по интегральной характеристике. Другими словами, исследователь искусственно, исходя из некоторой априорной информации о свойствах объектов и структуре восприятия респондентов, задает оси пространства восприятия. Затем с помощью методов одномерного шкалирования он получает шкальные значения объектов по этим осям и таким образом определяет расположение объектов в пространстве. Следующим этапом обычно является попытка установить зависимости между оценкой объектов по комплексному показателю и оценками по составляющим характеристикам.

Такой подход, конечно, часто бывает очень полезным, но при этом остается открытым вопрос о том, как выбирать соответствующие одномерные характеристики, так как, во-первых, их набор может быть достаточно широким, во-вторых, и это основное, восприятие объектов респондентами может осуществляться по характеристикам, отличным от выбранных исследователем.

[8] См.: *Андрукович П.Ф.* Сравнение моделей одномерного и многомерного шкалирования. - В кн.:

В этом случае проблему можно сформулировать следующим образом: по каким основаниям респонденты будут производить оценку исследуемых объектов, если мы представим им свободу выбора оснований при этой оценке?

Задача исследователя состоит в выделении оснований (характеристик), по которым респонденты оценивают объекты, и получении непосредственной оценки объектов по этим характеристикам – многомерной шкале.

Естественно, что для решения такой задачи нужны исходные данные, которые не навязывали бы респонденту никаких представлений о тех характеристиках, которые могут быть использованы им при восприятии исследуемых объектов. Такого типа данные можно получить, предлагая, например, респондентам оценить сходство между объектами, не ограничивая его в выборе характеристик, по которым он будет оценивать это сходство.

Методы, использующие исходную информацию такого рода для определения размерности пространства восприятия респондентов и определения положения объектов в этом пространстве, получили название методов многомерного шкалирования.

Торгерсон сформулировал два основных отличия многомерного шкалирования от традиционных одномерных методов и основанных на них моделях многомерного анализа.

Во-первых, в многомерном шкалировании от респондента не требуют оценки объектов по заранее заданным характеристикам, а используют вместо этого суждения о сходстве между объектами.

Во-вторых, размерность пространства восприятия, так же как и шкальные значения объектов, определяется из самих исходных данных[9].

Многомерное шкалирование как метод анализа данных и его задачи. Наряду с предположением о существовании пространства восприятия фундаментальным для многомерного шкалирования является предположение о наличии определенной зависимости между оценками сходства объектов, пол ученными от респондентов, и расстояниями между этими объектами в пространстве восприятия[10].

Сформулировав это основное предположение, мы можем дать более точное определение многомерного шкалирования.

Под многомерным шкалированием понимается класс методов, с помощью которых исходя из оценок респондентами сходства (несходства) между объектами и с учетом

Статистические методы анализа экспертных оценок.

[9] См.: *Торгерсон В.С.* Многомерное шкалирование: теория и метод. – В кн.: Статистические измерения качественных характеристик. М., 1972.

[10] Предположение о том, что расстояния между объектами в пространстве восприятия являются некоторой функцией от оценок сходства, впервые было четко сформулировано Шепардом (Shepard R.N. The Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with unknown Distance Function.- Psychometrika, v. 27, 1962, N 2.

сделанных предположений определяется размерность пространства восприятия и положение (конфигурация) объектов в этом пространстве.

Эмпирическая система с отношениями в данном случае отображается в многомерную числовую систему – пространство восприятия, и поэтому шкала является многомерной.

Характерной особенностью методов многомерного шкалирования является то, что они базируются на введении так называемой функции несоответствия (критерия расхождения), с помощью которой производится оценка того, насколько хорошо полученное пространственное представление сохраняет информацию, имеющуюся в исходных данных. Так как в данном случае отношениями эмпирической системы являются некоторые соотношения между оценками сходства пар объектов, то функция несоответствия должна оценивать степень сохранения этих соотношений между расстояниями в соответствующей числовой системе. Например, если между оценками сходства существует отношение порядка, то функция несоответствия должна оценивать степень сохранения этого отношения между расстояниями в пространстве восприятия. Конфигурация объектов в пространстве восприятия, оптимизирующая эту функцию, считается наиболее адекватно отображающей исходные данные. При этом основным вопросом является выбор соответствующей функции. Большинство различных методов многомерного шкалирования как раз и отличается выбором функции (критерия) несоответствия.

Используя матричную форму записи, можно сказать, что методы многомерного шкалирования позволяют перейти от матрицы «сходства»

$$\{S\} = \begin{Vmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1n} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{n1} & s_{n2} & \dots & s_{nn} \end{Vmatrix}$$

(S_{ij} – сходство между *i* и *j* объектами) к матрице координат *n* объектов в *r*-мерном пространстве восприятия

$$\{X\} = \begin{Vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1r} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nr} \end{Vmatrix}$$

$$\{D\} = \begin{Vmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{Vmatrix}$$

такой, чтобы матрица расстояния в этом пространстве была в смысле некоторого критерия возможно более близкой к матрице {S}.

Кумбс и Шепард предложили расширить понятие «сходство» (similarity) как прямой (непосредственной) оценки респондентами расстояний в пространстве восприятия и ввести понятие «близость» (proximity)[11]. Близость, так же как и сходство, является оценкой расстояния в пространстве базовых характеристик, однако в отличие от сходства величина близости может быть рассчитана на основании других данных. Если, например, респонденты проводят оценку объектов по набору заданных одномерных характеристик, то на основании этих данных мы можем рассчитать величину близости объектов в пространстве этих характеристик[12]. Такие данные называются «производными» (при этом обычно предполагается, что между величинами близости существует по крайней мере отношение порядка)[13]. При таком подходе методы многомерного шкалирования выступают как способ понижения размерности пространства. Они используются здесь для получения проекций объектов в пространстве меньшей размерности (базовых характеристик) с минимально возможными искажениями в расстояниях между объектами.

Обычно для решения задач понижения размерности пространства используют методы главных компонент и факторного анализа. Заметим, однако, что методы многомерного шкалирования обладают по сравнению с ними некоторыми преимуществами. Во-первых, если метод главных компонент допускает, например, только линейное проектирование в пространстве меньшей размерности, то в многомерном шкалировании такое ограничение отсутствует. Во-вторых, методы многомерного шкалирования накладывают существенно меньшие ограничения на исходную информацию. Между близостями может существовать только отношение порядка, что совершенно неприемлемо для факторного анализа, требующего на входе метрического уровня измерения[14]. Существует много примеров применения многомерного шкалирования как метода понижения размерности и визуализации исходных данных[15].

---

[11] *Coombs C.H.* An Application of a Nonmetric Model for Multidimensional Analysis of Similarities.–Psychol. Reps., 1958, v. 4; *Shepard R.N.* The Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with Unknown Distance Function.

[12] Проблемы, связанные с адекватным выбором функции расстояния (близости), были кратко рассмотрены в главе I.

[13] Далее в целях избежания терминологической путаницы мы везде будем употреблять термины «сходство» и «близость» как синонимы.

[14] По терминологии Стивенса, данные, измеренные по интервальной шкале и шкалам более высокого типа называются метрическими, а данные, измеренные по шкале порядка,– неметрическими.

[15] См.: *Манелля А.И., Терехина А.Ю.* Статистический анализ типов динамики урожайности сельскохозяйственных культур.– В кн.: Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях. М., 1974; *Панкова Л.А., Терехина А.Ю., Шнейдерман М.В.* Классификация научных тем и анализ тематической структуры НИИ на основе экспертных суждений.– В кн.: Статистические методы анализа экспертных оценок; *Терехина А.Ю.* Методы многомерного шкалирования и визуализация данных.– Автоматика и телемеханика, 1973, № 7.

Мы не будем подробно останавливаться на его роли в этом направлении[16]. Основной задачей для нас остается применение многомерного шкалирования в качестве инструмента построения пространства восприятия.

Интенсивное развитие методы многомерного шкалирования получили в начале 60-х годов с появлением работ Торгерсона и Шепарда[17], хотя идеи такого подхода возникли значительно раньше (еще в 1938 г. Ричардсоном была предложена первая модель многомерного шкалирования[18]). Столь долгий перерыв в развитии этих методов был связан с невозможностью их практического применения без быстродействующей вычислительной техники. Однако за последние 10–15 лет число работ, посвященных развитию методов многомерного шкалирования и их практическому применению, насчитывает уже несколько сот наименований[19].

2. Исходные данные

В случае многомерного шкалирования мы имеем дело с четвертым типом данных по классификации, приведенной в главе II,– данными близости. Способы получения этих данных можно разделить на две категории.

Во-первых, это могут быть непосредственные оценки респондентами степени близости для каждой пары объектов. В этом случае, если у нас имеется n объектов, мы можем предъявить респондентам $n\ (n - 1)/2$ возможных пар объектов и попросить их оценить степень сходства объектов внутри каждой пары. Для этой цели исследователь может использовать любой метод, предназначенный для сбора данных типа «отдельный стимул», с учетом того, что в качестве оцениваемого стимула будет выступать близость внутри пары объектов. Это оценки близости по шкале отношений, балльные оценки, оценки с помощью метода последовательных интервалов или метода равнокажущихся интервалов и т.д.[20] Эти методы являются наиболее распространенными и удобными, однако они малоприменимы, если число объектов больше 20 (при этом число оцениваемых пар равно 190). В этом случае

[16] См. об этом: *Андрукович П.Ф.* Сравнение моделей одномерного и многомерного шкалирования; *Каменский В.С.* Методы и модели неметрического шкалирования.– Автоматика и телемеханика, 1977, № 8 и др.

[17] См.: *Торгерсон В.С.* Многомерное шкалирование: теория и метод; *Shepard R.N.* The Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with Unknown Distance Function.– Psychometrika, 1962 v. 27, N 2–3.

[18] *Richardson M.W.* Multidimensional Psychophysics.–Psychol Bull., 1938, v. 35.

[19] См.: *Каменский В.С.* Неметрическое многомерное шкалирование.– В кн.: Прогнозирование развития библиотечного дела в СССР, вып. 3. М, 1973; *Он же.* Методы и модели неметрического многомерного шкалирования.– Автоматика и телемеханика, 1977, № 8; *Косолапов М.С.* Классификация методов пространственного представления структуры исходных данных.– Социологические исследования, 1976, № 2 и др.

[20] *Coombs C.H.* An Application of a Nonmetric Model Multidimensional Analysis of Similarities, p. 511–518; *Green P.E., Carmone F.J.* Multidimensional Scaling and Related Techniques in Marketing Analysis. Boston, 1970, p. 203; *Messick S.J.* The perception of Social Attitudes.–J. Abnormal Soc. Psychol., 1956, v. 52, p. 57–66.

удобнее использовать методы сортировки. При этом предполагается, что частота попадания объектов в одну категорию определяет степень сходства между ними. Такого рода данные были получены при анализе суждений, описывающих различные человеческие качества[21]. Исследователи предложили набор из 64 суждений (интеллигентный, ленивый, хороший, добрый и т.д.) и попросили респондентов объединить их в несколько групп, каждая из которых хорошо описывала бы какой-либо тип человека. За меру близости была принята частота с которой каждая пара свойств оказалась в одной группе[22]. Данные, полученные таким образом, можно коротко записать в форме матрицы близостей.

Матрицей близостей называется квадратная матрица, строки и столбцы которой соответствуют одним и тем же n объектам. Каждый элемент матрицы s_{ij} является некоторой оценкой сходства между объектами, соответствующими данной строке i и данному столбцу j.

Сформулируем требования к элементам матрицы близостей. Так как фундаментальным предположением многомерного шкалирования являлось предположение о том, что суждения о сходстве между объектами являются некоторой оценкой расстояния между ними в пространстве восприятия, то свойства близости должны быть в некотором смысле аналогичны свойствам расстояния.

В наиболее интересном для нас случае, когда связь между расстояниями и близостями является монотонной (меньшим близостям соответствуют большие расстояния), стандартным свойствам расстояния

I. $d_{ij} = 0$ тогда и только тогда, когда $i=j$,

II. $d_{ij} = d_{ji}$,

III. $d_{ik} \leq d_{ij} + d_{ik}$

соответствуют следующие свойства близости:

I′. $s_{ij} \geq s_{ik}$ для $i=j$,

II′. $s_{ij} = s_{ji}$

III′. Для больших значений s_{ij} и s_{jk}, s_{ik} должна быть по крайней мере того же порядка.

На практике эти условия сводятся к еще более ослабленным требованиям к элементам анализируемой матрицы. Если в матрице самые большие элементы находятся на диагонали,

[21] *Rosenberg S., Nelson C., Vivekananthan P.S.* Multidimensional Approach to Structure of Personality Impression.– J. Personal Soc. Psychol., 1968, v. 9.

[22] Существует еще целый ряд способов получения данных близости, но они используются редко (см.: *Сатаров Г.А*. Выделение факторов, влияющих на решение контрольных заданий. – В кн.: Проблемы педагогической квалиметрии, вып. 3. М., 1976; *Coombs C.H.* A Theory of Data. N. Y., 1964; *Green P.E*., *Carmone F.J.* Multiclimesional Scaling and Related Techniques in Marketing Analysis; *Messick S.J.* The Perception of Socail Attitudes.

она приблизительно симметрична, в ней мало триад, явно противоречащих аналогии правила треугольника (III′), то ее с большим основанием можно считать матрицей близости[23].

Теперь обратимся к другой категории данных о близости. Для многих методов шкалирования нам не нужно знание величины близости внутри каждой пары объектов, а достаточно иметь упорядочивание пар по степени близости. В этом случае мы можем воспользоваться методами, предназначенными для получения данных типа «сравнения стимулов», с учетом того, что сравниваемыми стимулами будут близости между объектами внутри каждой пары. Такие данные можно получить, например, парными сравнениями для близостей или простым их ранжированием.

Эти данные можно записать в виде матрицы, аналогичной той, которая получается в методе парных сравнений (см., например, главу III). Если у нас имеется n объектов, то строки и столбцы этой матрицы будут соответствовать $n(n-1)/2$ парам объектов[24]. Однако на практике такая форма записи неудобна вследствие большой размерности $n(n-1)/2$, и обычно данные записывают в виде $n \times n$ матрицы объектов, где элементом является место, занятое ij -парой при ранжировании близостей.

Все рассмотренные методы сбора данных являются достаточно трудоемкими и требуют больших усилий от респондентов, особенно при большом числе объектов. Поэтому в последнее время особое внимание уделяется поиску менее трудоемких методов сбора данных[25]. Один из таких подходов рассматривается в работе Грина, Кармона и Робинсона[26]. Респонденты используют каждый из объектов предъявленного набора в качестве стандартного и производят n ранжирований оставшихся объектов по степени их близости к стандартному. Производится как бы условное упорядочивание объектов. Естественно, что респонденту гораздо легче n раз упорядочивать n объектов по степени близости к фиксированному, чем сразу проранжировать $n(n-1)/2$ пар. Полученные данные с помощью специального алгоритма сводятся к обычной матрице близостей[27]. В зависимости от метода

---

[23] В зависимости от выбора типа метрики в результирующем пространстве восприятия свойства близости подвергаются дальнейшим ограничениям. Этот вопрос очень важен для адекватного использования различных типов пространств восприятия, однако он сложен и требует специального рассмотрения (подробнее об этом см.: *Arable P., Boorman S. A.* Multidimensional Scaling of Measures of Distance between Partitions.-J.of Math.Psychol., 1973, N 10; *Beats R., Krantz D.H*, *Tversky A.* Foundation of Multidimensional Scaling. – Psychol. Rev., 1968, 175; *Carroll J.D*., *Wish M.* Multidimensional perceptual models and measurement methods.– In: Handbook of perception, v. 2. N. Y., 1974; *Hartigan J. A.* Representation of Similarity Matrices by Trees.-J. of Amer. Statist. Assoc., v. 62, 1967.

[24] Такая матрица является «матрицей предпочтения», заданной на декартовом квадрате А × А, множества А, состоящего из n объектов.

[25] *Carmone F.J*., *Green P.E., Robinson P.J.* TRICON –an IBM 360/65 FORTRAN IV Program for Triangularization of Conjoint Data.- J. of Market. Res., v. 5, 1968, p. 219–220; *Carroll J.D., Wish M.* Multidimensional Perceptual Models and Measurement Methods.- In: Handbook of Perception, v. 2. N. Y., 1974.

[26] *Carmone F.J., Green P.E., Robinson P.J.* TRICON – an IBM 360/65 FORTRAN IV Program for Triangularization of Conjoint Data.

[27] Большинство новых методов сбора требуют дополнительной обработки данных для сведения их к виду, используемому в методах многомерного шкалирования.

сбора исходных данных о близостях и, следовательно, уровня их первоначального измерения можно выделить различные уровни измерения близостей[28]. В зависимости от этого уровня и выбирается тот или иной конкретный метод шкалирования.

3. Метрическое и неметрическое многомерное шкалирование

Разделение шкалирования на метрическое и неметрическое основывается на уровне измерения исходных данных о близости между измеряемыми объектами. Впервые различие между метрическим и неметрическим шкалированием было сформулировано Кумбсом, который и ввел эти термины[29].

Метрическое многомерное шкалирование. Мы не будем подробно останавливаться на методах метрического многомерного шкалирования. Это объясняется тем, что используемая ими информация не соответствует основной задаче многомерного шкалирования в социологии. Метрические исходные данные о близости обычно являются «производными», и многомерное шкалирование в этом случае, как уже было сказано, служит способом понижения размерности пространства. В тех же случаях, когда данные получаются непосредственно от респондентов, они обычно задают для близостей отношения порядка и для достижения метрического уровня измерения к ним применяются любые методы одномерного шкалирования, дающие на выходе шкалу для близостей не ниже интервальной. В этом случае на исходные данные накладывается (в зависимости от конкретного метода) ряд дополнительных предположений, которые отсутствуют в эмпирической системе с отношениями и которых хотелось бы избежать.

Говоря о методах метрического многомерного шкалирования, отметим только, что по типу отображения они делятся на линейные и нелинейные. Линейное метрическое шкалирование возникло первым, когда Торгерсон представил подробное описание алгоритма, начиная от процедуры сбора данных и кончая пространственным представлением[30]. Более поздние методы метрического многомерного шкалирования основаны на минимизации нелинейных функций несоответствия (критериев качества отображения) между исходными данными и пространственным представлением. В этом отношении они почти ничем не отличаются от методов неметрического многомерного шкалирования. Отличия этих методов заключены в самом виде функции несоответствия и объясняются различным уровнем измерения исходной информации.

[28] *Hartigan J.A.* Representation of Similarity Matrices by Trees.- J. of Amer. Statist. Assoc., 1967, v. 62
[29] *Coombs C.H.* An application of a Nonmetric Model for Multimensional Analysis of Similarities.
[30] См.: *Торгерсон В.*С. Многомерное шкалирование, теория и метод.

Метрическим методам многомерного шкалирования посвящена довольно обширная литература, и желающие познакомиться с ними могут обратиться к аналитическому обзору этих методов, проведенному А.Ю. Терехиной[31].

Неметрическое многомерное шкалирование. Вторая основная фаза развития методов многомерного шкалирования началась в 1962 г. и связана с именем Шепарда. В его статье был представлен алгоритм, известный под названием «анализ близостей»[32]. Эта работа положила начало целому направлению, методы которого получили название методов неметрического многомерного шкалирования.

Особенность этих методов заключается в том, что в них учитываются не числовые значения близостей между объектами, а только их порядок. Это позволяет использовать только ту информацию, которую мы получаем непосредственно от респондентов, не прибегая к дополнительным предположениям. Именно в связи с этим методы неметрического многомерного шкалирования оказываются наиболее подходящими для решения задачи построения пространства восприятия респондентов и определения положения объектов в этом пространстве.

Алгоритм Шепарда не нашел широкого применения, так как многие процедуры в нем не были формально обоснованы. Однако идеи, заложенные в этом подходе, послужили базисом для появления работ Краскала[33]. Предложенная им модификация и явилась, по сути дела, первым теоретически обоснованным алгоритмом многомерного шкалирования. В настоящее время алгоритм Краскала является одним из наиболее распространенных.

Рассмотрим его более подробно, так как другие методы неметрического шкалирования отличаются от него только в деталях[34].

Пусть исходные данные представлены в виде матрицы близостей *{S}* для *n* объектов. Учитывая, что эта матрица симметрична, и исключая из рассмотрения диагональ, мы считаем, что нам задано упорядочивание близостей

$$S_{i_1 j_1} \leq S_{i_2 j_2} \ldots \leq S_{i_M j_M} \,,$$

---

[31] См.: *Терехина А.Ю.* Методы многомерного шкалирования и визуализация данных.- Автоматика и телемеханика, 1973, № 7.

[32] *Shepard R.N.* The Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with Unknown Distance Function.- Psychometrika, 1962, v. 27, N 2; 1962, N 3.

[33] *Kruskal J.B.* Multidimensional Scaling by Optimizing Goodness-of-Fit to a Non-metric Hypothesis.- Psychometrika, 1964, v. 29, N 1; *Kruskal J.B.* Nonmetric Multidimensional Scaling: A Numerical Method.- Psychometrika, 1964, v. 29, N 2.

[34] *Lingoes.* New Computer Developments in Pattern Analysis and Nonmetric Techniques.– Proceeding IBM Symposium: Computers and Psychological Research. Paris, 1966; *McGee V.* TheMultidimensional Analysis of«Elastic» Distance.–Brit. *J.* of Math. andStatist. Psychol., v. 19, 1966; *Guttman L.A.* A General Non-Metric Technique for Finding the Smallest Coordinate Space for a Configuration of Points.– Psychometrika, 1968, v. 33, N 4; *Young F.W., Torgerson W.S.* TORSCA: A Fortran IV Program for Shepard – Kruskal Multidimensional Scaling Analysis.– Behav. Sci., 1968, v. 12.

где $M = n(n-1)/2$.

Важной задачей является выбор типа пространства. Обычно в качестве пространства восприятия ограничиваются привычным евклидовым пространством

$$d_{ij} = \left[\sum_{t=1}^{r} (x_{it} - x_{jt})^2 \right]^{1/2},$$

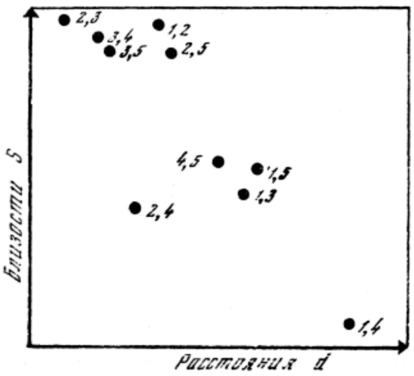
где r– размерность пространства. В этом случае исследователю легче интерпретировать полученные результаты. Размерность этого пространства в первый раз берется произвольной.

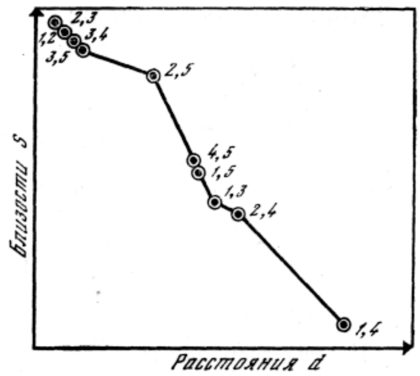
Далее задается произвольная конфигурация n точек в этом r-мерном пространстве. Единственное требование к ней заключается в том, чтобы она не лежала в пространстве меньшей размерности,, чем г. Существует много способов задания такой конфигурации, однако если есть какие-то предположения о расположении объектов в пространстве, то имеет смысл требовать, чтобы исходная конфигурация соответствовала этим предположениям[35].

Предположим, что мы задали какую-то конфигурацию n точек в r-мерном пространстве. Обозначим эти точки $\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \ldots, \boldsymbol{x_n}$. Теперь нам нужно построить критерий, позволяющий оценить, как данная конфигурация отображает исходные данные (т.е. данные, содержащиеся в матрице близостей). Обозначим расстояния между точками x_i и x_j через d_{ij} и построим диаграмму, на которой по оси абсцисс будут откладываться расстояния d, а по оси ординат – близости s (рис. 16).

Что значит найти конфигурацию, отображающую «наилучшим образом»

[35] *Shepard R.N.* Represantion of Structure in Similarity Data: Problems and Prospects.– Psychometrika, 1974, v. 39, N 4





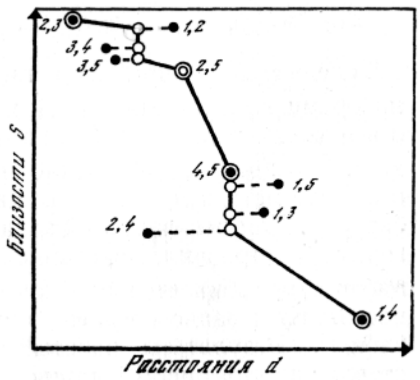


Рис. 16. Исходная диаграмма рассеяния

Рис. 17. «Идеальная» монотонная зависимость между близостями и расстояниями

Рис. 18. «Реальная» монотонная регрессия между близостями и расстояниями

исходные данные, учитывая, что эти данные содержат информацию только об упорядочивании близостей? Это значит, что большим близостям должны соответствовать меньшие расстояния и наоборот. Иначе говоря, расстояния должны располагаться в порядке, обратном порядку близостей:

$$d_{i_M j_M}; d_{i_{M-1} j_{M-1}};...; d_{i_2 j_2}; d_{i_1 j_1}$$

Иными словами, при движении на диаграмме сверху вниз по оси ординат *s* мы должны двигаться слева направо по оси абсцисс *d* (рис. 17). Обычно на практике такой случай идеальной монотонной зависимости вряд ли возможен.

В качестве меры, сравнивающей порядок близостей и порядок расстояний между точками, Краскал предложил следующую функцию несоответствия:

$$S_1 = \left[\frac{\sum_{i<j} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2}{\sum_{i<j} d_{ij}^{\ 2}} \right]^{1/2}.$$

Затем эта функция была несколько модифицирована:

$$S_2 = \left[\frac{\sum_{i<j} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2}{\sum_{i<j} (d_{ij} - \bar{d}_{ij})^2} \right]^{1/2}.$$

В этих выражениях $\overline{d}_{ij}$ - усредненное расстояние между объектами, а $\hat{d}_{ij}$ - числа, монотонно связанные с близостями, т.е.

$$\hat{d}_{i_1 j_1} \geq \hat{d}_{i_2 j_2} \geq \ldots \geq \hat{d}_{i_M j_M} .$$

Теперь нужно определить такую монотонную зависимость между наборами s_{ij} и $\hat{d}_{ij}$ и для данной конфигурации точек, чтобы числитель в выражениях для S_1 и S_2 (а значит, и сами S_1 и S_2) был минимальным. Это значит, что нужно найти такой набор $\hat{d}_{ij}$, который бы в смысле метода наименьших квадратов был наиболее близок к набору d_{ij}. Для решения этой задачи используется так называемый алгоритм построения монотонной регрессии, при котором в итоге набор d_{ij} разбивается на блоки так, что значение $\hat{d}$ внутри блока постоянно и равно среднему арифметическому d_{ij} входящих в этот блок[36]. Результаты работы такого алгоритма для данных, представленных на рис. 16, приводятся на рис. 18.

В том случае, когда в исходных данных имеются равные близости, естественно предположить (исходя из представления о пространстве восприятия), что им соответствуют в пространстве равные расстояния. Поэтому значения d_{ij}, соответствующие равным s_{ij}, обычно сразу усредняются. Однако существуют и другие гипотезы, на основе которых анализируются равные близости[37].

После того, как мы ввели S_1 и S_2 в качестве критерия расхождения, мы получили возможность количественно оценивать качество отображения данной конфигурации исходных данных (т.е. отклонение от монотонной зависимости):

$$\underset{\substack{\text{Для фиксированной} \\ \text{конфигурации точек}}}{S} (x_1, x_2 \ldots x_n) = \min_{\substack{\text{Числа } \hat{d}_{ij} \text{ удовлетворяют} \\ \text{условию монотонности}}} \left[\frac{\sum_{i<j} \left(d_{ij} - \hat{d}_{ij} \right)^2}{\sum_{i<j} d^2_{ij}} \right]^{1/2}$$

Конечно, нам желательно получить такую конфигурацию, для которой S был бы минимальным, так как именно она должна наилучшим образом отображать исходные данные в пространстве данной размерности:

$$\underset{\substack{\text{Для пространства} \\ \text{размерности } r}}{S} = \min_{\substack{\text{по всем конфигурациям в} \\ r\text{-пространстве}}} S (x_1, x_2 \ldots x_n).$$

---

[36] *Kruskal J.B. Nonmetric* Multidimensional Scaling: A Numerical Method.-Psychometrika, 1964, v. 29, N 2.

[37] *Kruskal J.B.* Nonmetric Multidimensional Scaling: A Numerical Method.- Psychometrika, 1964, v. 29, N 2; *Shepard R.N., Carroll J.D.* Parametric Représpesentation of Nonliner Data Structure.– Multivariative Analysis, v. 2.N. Y., 1966; *Shepard R.N.* The Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with unknown Distance Function.- Psychometrika, 1962, v. 27, N 3.

Для того чтобы провести такую минимизацию, можно воспользоваться следующим итеративным процессом: взяв в качестве начальной любую произвольную конфигурацию, понемногу двигать точки с целью уменьшения S. Грубо говоря, мы должны сдвигать точки x_i и x_j, если $\hat{d}_{ij} \prec d_{ij}$, и раздвигать их в противоположном случае.

Формально задача заключается в минимизации функции многих переменных **S** $(x_1, x_2, ..., x_n)$. S является функцией $n \times r$ переменных, так как каждый вектор x_i имеет r координат. Для решения такой задачи обычно применяют градиентные методы[38]. Краскал в своей работе также использовал один из них – метод наискорейшего спуска.

До сих пор считалось, что размерность пространства была фиксирована. Однако с точки зрения определения пространства восприятия нам интересно построить пространство минимальной размерности, в котором хорошо отражалась бы структура исходных данных. Естественно остановиться на такой размерности пространства, где значение S достаточно мало, а при увеличении размерности уменьшается незначительно. Для этого нужно производить процесс минимизации S, варьируя размерность пространства, и выбирать ее оптимальной в указанном выше смысле. Кроме того, при выборе размерности могут оказать помощь содержательные соображения, а именно возможность интерпретации осей.

В матричном представлении рассмотренный алгоритм можно записать следующим образом:

$$\{S\} \overset{m}{=} \{\hat{D}\} \cong \{D\} = g(\{x\}),$$

где $\{S\}$ – исходная матрица близостей; $\{\hat{D}\}$ – матрица чисел $\hat{d}_{ij}$; $\{\hat{D}\}$ – матрица расстояний в заданном пространстве;

$$M = \begin{cases} -\,если S_{ij} > S_{ik}, то \\ \hat{d}_{ij} \le \hat{d}_{kl}, \\ -\,если S_{ij} = S_{kl}, то \\ \hat{d}_{ij} = \hat{d}_{kl}, \end{cases}$$

$\cong$ – аппроксимация методом наименьших квадратов.

Матрица $\{D\}$ связана с матрицей координат $\{x\}$ с помощью функции g, которая представляет собой расстояние в заданном пространстве.

Важным свойством методов неметрического многомерного шкалирования является возможность извлечения метрической информации из неметрической. При определенных условиях данные об упорядочивании близостей между объектами могут служить основанием для фиксирования положения этих объектов на числовой шкале. Извлечение такой

[38] Рассмотрение этих методов выходит за пределы этой книги.

информации возможно при условии, что число неметрических ограничений велико по сравнению с числом параметров, характеризующих систему.

В данном случае число неметрических ограничений определяется $n(n-1)/2$ соотношениями порядка для близостей. Число параметров, определяющих конфигурацию, равно $n \times r$, где r–разномерность пространства. При увеличении n число неметрических ограничений растет пропорционально n^2, а число параметров – пропорционально n. Следовательно, при достаточно больших n наше требование будет удовлетворено.

4. Модификации метода неметрического многомерного шкалирования

Остановимся на применении неметрического многомерного шкалирования к двум моделям объединенного психологического пространства. Существенным отличием этих моделей от модели пространства восприятия является отказ от предположения о гомогенности групп респондентов. Здесь различия в суждениях респондентов объясняются не ошибками в их оценках, а наличием индивидуальных мнений. Методы анализа в этом случае направлены на объяснение причин этих различий[39].

Если мы хотим выявить индивидуальные различия в восприятии респондентов предъявленных объектов, то исходными данными для нас является набор матриц близостей, соответствующих каждому респонденту. Как и в обычном многомерном шкалировании, основной целью неметрического многомерного шкалирования является представление объектов в пространстве восприятия, однако допускается, что различные респонденты по-разному воспринимают это пространство. Иначе говоря, оценка объектов респондентами происходит по одному и тому же набору базовых характеристик (пространству), но респонденты при оценке придают этим параметрам (осям) различные веса. Формально это означает, что при оценке близости между стимулами респонденты используют не обычное, а взвешенное расстояние. В случае евклидова пространства такое расстояние запишется следующим образом:

$$d_{ij}^{(l)} = \left[\sum_{t=1}^{k} w_t^{(l)} \left(x_{it} - x_{jt} \right)^2 \right]^{1/2},$$

где $w_t^{(l)}$ – вес, приписываемый l-респондентом характеристике t, а $l = 1, \ldots, m$.

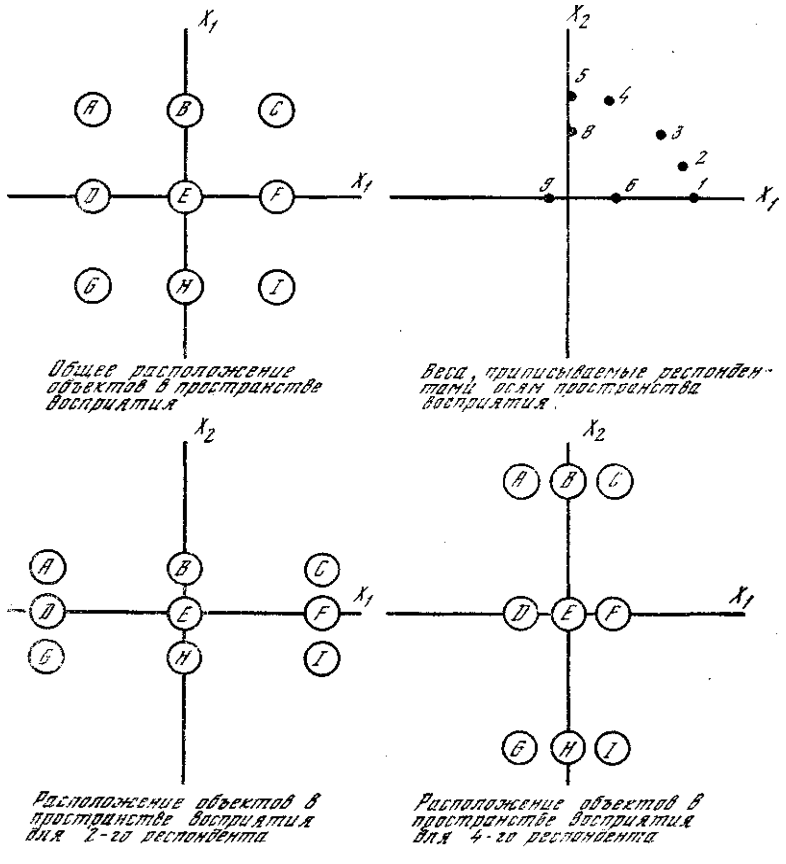
В итоге мы получаем два типа результатов: расположение объектов в пространстве восприятия; веса, приписываемые осям пространства различными респондентами (рис. 19).

[39] *Bennet J.F., Hays W.L.* Multidimensional Unfolding. Determining the Dimensionality of Ranked Preference Data. – Psychometrika, 1960, v. 25; *Carrol J.D., Chang J.J.* Analysis of individual Differences in Multidimensional Scaling via

Пространство восприятия является объединенным в том смысле, что здесь одновременно представлены как объекты, так и респонденты. Эта модель, а также алгоритм ее численной реализации были предложены Керролом и Чангом[40].

Выявление индивидуальных различий респондентов можно проводить не только в пространстве восприятия, но и в пространстве оценивания. Эти пространства отличаются тем, что в первом координатные оси представляют собой характеристики, по которым респонденты отличают объекты друг от друга, а во втором – осями являются характеристики, по которым респонденты сравнивают объекты друг с другом. Это значит, что, если респондента спросить: «Какой из данных объектов Вам больше нравится?» – он при оценке может использовать не все характеристики, по которым он различает объекты. Для решения такой задачи нужно иметь другие исходные данные. Ими являются данные выбора по предпочтению.

В этом случае может быть предложена следующая модель объединенного пространства оценок: два набора точек *(m* – «идеальных точек для респондентов и *n* – объектов) расположены в одном пространстве таким образом, что для каждого респондента заданные близости между его идеальной точкой и всеми объектами монотонно



an N-way Deneralization of «Eckart-Young» decomposition.– Psychometrika, 1970, v. 35, N 3; *Carroll J.D., Wish M.* Multidimensional Perceptual Models and Measurement Methods.

[40] *Carroll I.D., Chang J.J.* Analysis of individual differences in Multidimensional Scaling via an N-way Generalization of «Eckart-Young» Decemposition.

Рис. 19. Модельный пример результатов, полученных с помощью метода шкалирования индивидуальных различий

связаны с соответствующими расстояниями в пространстве восприятий. Эта модель идентична одномерной модели идеальной точки.

Мы рассматриваем именно эту модель потому, что такая задача может решаться с помощью модифицированного алгоритма неметрического многомерного шкалирования. Исходные данные можно представить в виде прямоугольной матрицы, где строки соответствуют респондентам, а столбцы – объектам. Эту матрицу можно считать условной матрицей близостей, так как элементы каждой строки представляют собой порядок близостей объектов к идеальной точке соответствующего респондента[41]. Единственное отличие алгоритма неметрического многомерного шкалирования в применении к данным выбора по предпочтению состоит в том, что требование сохранения порядка близостей должно выполняться не по всей матрице, а по каждой строке отдельно. Соответственно мы можем расширить метод многомерного шкалирования, предположив, что для каждого респондента (строки) существует своя монотонная регрессия, а общее отклонение от монотонности является суперпозицией отклонений по каждой строке. Иными словами, меняется область определения монотонной функции.

В этом случае Роскам предложил следующий вид функции несоответствия:

$$S_i = \left[\sum_j \frac{\sum_i \left(d_{ij} - \hat{d}_{ij}\right)^2}{\sum_i \left(d_{ij} - \bar{d}_{ij}\right)^2} \right]^{1/2}.$$

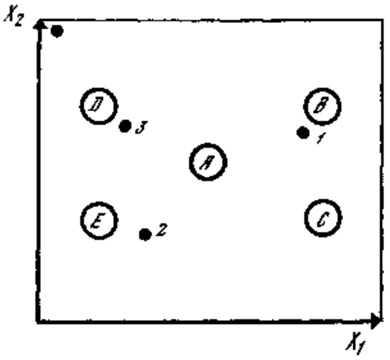


Рис. 20. Расположение идеальных точек (респондентов) и объектов в объединенном пространстве

Здесь внутреннее суммирование идет по объектам, а внешнее – по респондентам. В итоге в объединенном пространстве оценивания представлены как идеальные точки (респонденты), так и объекты. На этом рисунке приведен иллюстративный пример конфигурации, полученной при многомерном развертывании. Расстояние от идеальных точек (1, 2, 3) до соответствующих стимулов (A, B, C, D, E) соответствует I-шкалам. Контуры равного предпочтения представляют собой сферы с центрами в идеальных точках. Проектируя точки на оси пространства, мы получаем одномерные J-шкалы, аналогичные полученным при одномерном развертывании.

[41] Иными словами, данные выбора по предпочтению трактуются как специальный вид данных близости (см. главу II).

5. Интерпретация результатов

После того как определена размерность пространства восприятия и получено расположение объектов в этом пространстве, возникает задача интерпретации полученных результатов. Это интерпретация представляет собой некоторое сочетание формальных и неформальных методов анализа.

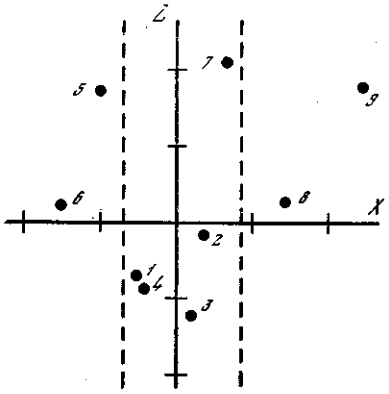
Возможность применения формальных методов, облегчающих интерпретацию и делающих ее более «объективной», зависит от наличия дополнительной информации об измеряемых объектах. Если исследователь не располагает такого рода информацией, для определения положения осей полученного пространства обычно вводится предположение, что ось наиболее дифференцирующей характеристики параллельна прямой, соединяющей точки с максимальным расстоянием, или определяется направление, проекции точек на которое обладают максимальной дисперсией. Кроме того, для облегчения интерпретации могут использоваться методы автоматической классификации. Группировка объектов особенно полезна в пространстве размерности $r > 3$, где отсутствует возможность визуального анализа. Этот подход помогает при выборе размерности пространства в зависимости от качества группировки и возможности ее интерпретации. Одновременно можно производить вращение осей; с целью выбора такого их направления, в котором классы распадаются наиболее сильно.

Пусть в распоряжении исследователя имеется дополнительная информация в виде результатов измерения исследуемых объектов по некоторым априорно заданным одномерным характеристикам. В этом случае вращение осей производится с целью нахождения таких направлений, для которых корреляция между проекциями объектов на данное направление и шкальными значениями этих объектов по некоторой внешней характеристике является максимальной. Эти внешние характеристики можно использовать для интерпретации соответствующих осей пространства восприятия. «Внешние оси» не обязательно должны быть ортогональными, и число их может быть больше или меньше размерности пространства. Если используется модель «идеальной» точки, то определяются не направления в пространстве, а точки в пространстве восприятия, расстояния от которых до объектов сильно коррелируют с расположением этих объектов вдоль внешней характеристики.

Существует еще целый ряд формальных приемов, облегчающих интерпретацию, однако они используются редко[42].

[42] *Shepard R.N.* Representation of Structure in Similarity Data. Problems and Prospects.

Все рассмотренные выше методы интерпретации могут считаться «объективными» в том смысле, что они приводят к вполне определенным конечным результатам без участия человека. Конечно, они только облегчают проведение окончательной интерпретации, а не осуществляют ее. Соответственно интерпретация, основанная на таких объективных результатах, сама включает в себя много субъективного. Здесь ничто не может заменить знаний исследователя в содержательной области и его интуиции.



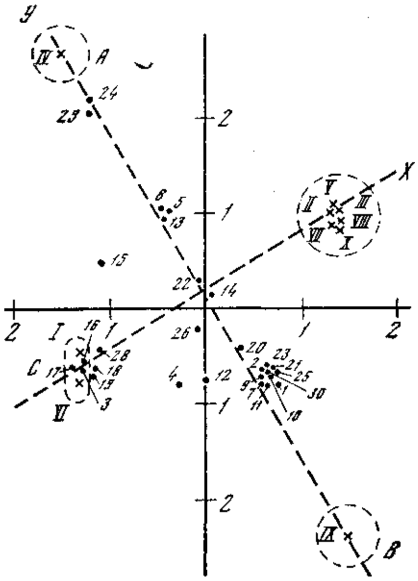


Рис. 21. Проекция конфигурации точек (заданий) на плоскость (X, Z)

Рис. 22. Расположение респондентов (•) и нарушений (x) в объединенном двумерном пространстве (S_2 = 10%)

Y– ось должностного восприятия; *X*–ось, характеризующая долю личной вины и ответственности за данное нарушение

После рассмотрения всех этапов многомерного шкалирования приведем несколько примеров использования этих методов в отечественной практике.

В работе Г. А. Сатарова многомерное шкалирование использовалось для выделения факторов, влияющих на решение контрольных заданий и обусловленных взаимодействием ученика и контрольной работы[43]. Результаты выполнения контрольной работы группой учащихся были представлены в виде следующей матрицы:

$$E = \{\varepsilon_{ij}\},$$

где

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} 1, \textit{еслиученикправильнорешилзадачу} \\ 0 - \textit{впротивномслучае} \end{cases}$$

[43] См.: *Сатаров Г.А.* Выделение факторов, влияющих на решение контрольных заданий.

По этой матрице были рассчитаны некоторые статистики, характеризующие близость векторов-заданий. Полученные матрицы близостей анализировались с помощью алгоритма многомерного шкалирования. В работе рассматривается случай, когда в качестве меры связи использовался коэффициент корреляции между заданиями, а анализ проводился в трехмерном евклидовом пространстве. Проекция конфигурации на плоскость *X, Z* приведена на рис. 21.

Здесь точки соответствуют объектам (заданиям) в пространстве факторов, предположительно влияющих на их решения. Оказалось, что расположение заданий по оси Z сильно коррелирует *(r* – 0,95} с расположением их по хорошо известной в педагогике характеристике – решаемости задания P_i (P_i – определяется как отношение числа учеников, решивших задание *i*, к общему числу учеников, решавших это задание). Этот внешний критерий и послужил основанием для содержательной интерпретации оси Z. По оси *X* точки задания образуют упорядоченное разбиение. Содержательный анализ заданий позволил предположить, что их распределение по оси *X* управляется двумя признаками: абстрактностью символов (числа, буквы, параметры) и конкретностью установки на выполнение этих заданий. Авторы считают, что эти характеристики образуют общий фактор – «поиск алгоритма решения задачи». В этом случае абстрактность символов и неопределенность установки на решение затрудняют учащимся поиск конкретного алгоритма. Третья ось *У* в работе не интерпретировалась.

Подобная постановка задачи в социологических исследованиях (анализ матрицы типа Е) может быть использована, например, при отборе вопросов в анкету, предназначенную для опроса респондентов с определенным уровнем образования.

В предыдущем параграфе мы говорили о возможности применения модернизированного алгоритма многомерного шкалирования для анализа данных выбора по предпочтению. Такой анализ был осуществлен одним из авторов на материалах исследования «Социальные аспекты трудовой и государственной дисциплины в производственном коллективе», приведенного в ИСИ АН СССР[44].

Исходными данными послужили результаты ранжирования мастерами на предприятиях приведенных ниже нарушений по степени их опасности и вредности. Наименование нарушения

I. Выпуск недоброкачественной продукции.

II. Невыполнение плана выпуска продукции.

III. Перерасход сырья, материалов в значительном объеме.

[44] Материалы были любезно предоставлены руководителем исследования А.С. Гречиным, совместно с которым была проведена содержательная интерпретация полученных результатов.

IV. Вручение «благодарностей» за получение фондируемых материалов.

V. Нарушение технологической дисциплины.

VI. Приписка в плане выпуска продукции.

VII. Невыполнение договора поставки продукции.

VIII. Нарушение правил охраны труда и техники безопасности.

IX. Несвоевременное доведение норм и расценок до сведения рабочих.

X. Грубое нарушение финансово-штатной дисциплины.

Результирующее пространственное представление было получено в 1-,2- и 3-мерном евклидовом пространстве. При этом коэффициент несоответствия принимал следующие значения: t=1, S_2 =0,59; t =2, S_2 = 0,10; t = 3, S_2 == 0,09. Основываясь на этих данных, можно сказать, что минимальная размерность пространства, в котором достаточно хорошо сохраняются исходные соотношения между объектами, равна двум. Уменьшение размерности вызывает сильное увеличение S_2, а увеличение размерности не приводит к значительному снижению S_2. Результирующая конфигурация респондентов («идеальных» точек) и объектов в объединенном пространстве оценивания приведена на рис. 22.

Здесь представлена конфигурация для случайной выборки в 30 мастеров, сделанной из всей выборочной совокупности. Для повышения репрезентативности данных было сделано несколько таких выборок. Пространственное представление при этом менялось незначительно.

Нарушения распались на четыре группы А (IV), В (IX), С (I, VI), D (II, III,V,VII,VIII, X). В качестве осей X и Y были выбраны направления, в которых группы распадаются наиболее сильно.

Ось *Y* была названа осью «должностного восприятия». Вдоль этой оси нарушения распадаются на три группы. Из анализа расположения проекций точек нарушений на эту ось видно, что мастера отчетливо различают нарушения от прямого нарушения уголовного кодекса (точка IV – вручение «благодарностей» за получение фондируемых материалов) до должностного проступка (точка IX – несвоевременное доведение норм и расценок до сведения рабочих).

Однако, если рассмотреть удаленность нарушений от «идеальных» точек мастеров, окажется, что наиболее «опасными и вредными» мастера считают нарушения, связанные непосредственно с производственным процессом. При этом они почти не дифференцируют их по оси *У.* Как оказалось, именно большинство из этих нарушений чаще всего влекут за собой дисциплинарное взыскание, лишение мастеров премий и т.д. Интересно, что точки IV и IX, находясь на разных полосах оси *У*, в то же время далеки от «идеальных» точек (наиболее «опасных и серьезных» нарушений) респондентов. Это можно объяснить тем, что данные нарушения на влекут за собой практически никаких последствий для мастеров: IV (вручение «благодарностей» за получение фондируемых материалов) потому, что оно совершается другими должностными лицами; IX (несвоевременное доведение норм и расценок до рабочих) вследствие сложившейся практики.

Вдоль оси *X* группа нарушений, связанных непосредственно с производством и почти неразличимых по оси *Y,* четко распадается на два класса, в то время как нарушения IV и IX, диаметрально противоположные по оси *Y,* попадают в одну группу. Эту ось можно проинтерпретировать как долю личной ответственности мастера за данное нарушение. Действительно, нарушения (I, VI) являются непосредственными действиями мастеров, тогда как нарушения (II, III, V, VII, VIII, X) в большей степени обусловлены внешними причинами. Группа (IV, IX) также предполагает большую часть личной вины нарушителя, однако по различным причинам мастера не несут за них личной ответственности. Интересно, что сами мастера распались по оси *X* на две группы. Такое разделение трудно интерпретировать без дополнительных данных. Можно только предположить, что группа X более ориентирована на должностную личную вину и ответственность, чем группа X.

Основными результатами приведенного анализа является выявление скрытых характеристик, лежащих в основе ранжирования мастерами нарушений по их «опасности и вредности»; сопоставление этих характеристик с гипотезами о восприятии понятия «опасность и вредность», заложенными исследователем. Из этого примера видно, насколько большую роль в интерпретации результатов применения методов многомерного шкалирования играет знание исследователем дополнительной информации об оцениваемых объектах.

Было бы интересно сравнить результаты одномерного и многомерного шкалирования для данных, допускающих оба эти подхода. В главе III был рассмотрен пример применения одномерного метода развертывания к данным ранжирования пяти инструментальных ценностей группой главных инженеров проектов. К этой же группе был применен метод неметрического многомерного развертывания. Оказалось, что результирующая конфигурация неодномерна и наиболее хорошо представляется в трехмерном евклидовом пространстве. После этого анализу были подвергнуты данные для тех респондентов, которые в результате применения метода одномерного развертывания выстроились вдоль общего континуума. В этом случае хорошее результирующее представление было получено в пространстве размерности 2. Коэффициент рассогласования получился близким к нулю (S_2 = 0,03), что дало возможность сказать о высокой

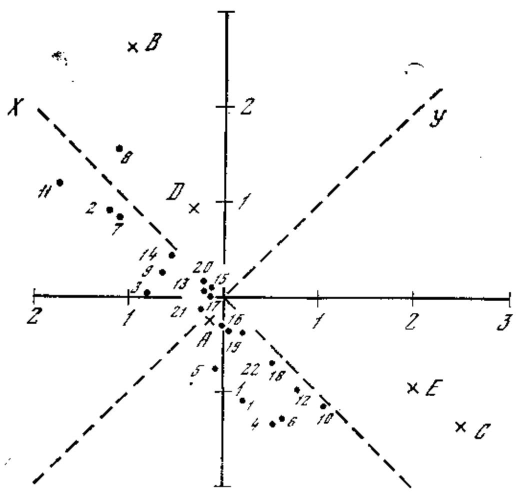


Рис. 23. Расположение респондентов (•), попавших на одномерный континуум в результате применения метода одномерного развертывания и ценностей (x) в объединенном двумерном пространстве

X – ось преимущественного направления (по этой оси ценности имеют максимальную дисперсию)

степени соответствия результирующего представления исходным .данным (рис. 23).

Попытка представить исходные данные на одномерном континууме (получить одномерную шкалу) привела к сильному увеличению коэффициента несоответствия (t = 1, S_2 = 0,32). Однако из рис. 23 хорошо видно, что точки в пространстве имеют резко выраженное преимущественное направление *X*. Распределение проекций точек на это направление обладает максимальной дисперсией. Сравнение полученных результатов с одномерным подходом показало, что порядок расположения проекций объектов на оси *X* в точности совпадает с порядком, полученным в одномерном случае (B, D, A, E, C). Порядок расстояний между объектами, полученный при одномерном подходе (только для части объектов), также совпадает с порядком расстояний по оси *X*. Однако многомерное развертывание дает большие информации о расположении объектов, чем одномерное. Расстояния между объектами здесь получены на шкале отношений, а шкальные значения объектов измеряются по интервальной шкале. Поэтому методы многомерного развертывания можно использовать как критерий возможности применения одномерного анализа.

В заключение можно сказать, что методы многомерного шкалирования представляют собой перспективный подход к анализу структуры эмпирических данных. Основным достоинством этих методов является то, что с их помощью можно определить характеристики, которыми руководствуется респондент при оценке объектов, выявить различия между респондентами и понизить размерность исходного пространства параметров.

Литература

Материалы XXV съезда КПСС. М., 1976

Айвазян С.А., Бежаева З.И. Староверов О.В. Классификация многомерных наблюдений. М., 1974.

Андреев Э.П., Осипов Г.В. Математика и социология. – Вопросы философии, 1968, № 11.

Андрукович П.Ф. Сравнение моделей одномерного и многомерного шкалирования. – В кн.: Статистические методы анализа экспертных оценок. М., 1977.

Бестужев-Лада И.В., Варыгин В.Я., *Малахов В.А.* Моделирование в социологических исследованиях: особенности и проблемы. М., 1978.

Большев Л.Н., *Смирнов Н.В.* Таблицы математической статистики. М., 1965.

Бородкин Ф.М., *Маркин Б.Г.* Эмпирическое описание в социологии. – В кн.: Математика и социология. Новосибирск, 1972.

Волков Ю.Е. Социальная политика КПСС и некоторые проблемы социологических исследований. – Социологические исследования, 1976, № 2.

Волович В.И. Надежность информации в социологическом исследовании. Киев, 1974.

Воронов Ю.П., Ершова Н.П. Общие принципы социологического измерения. – В кн.: Измерение и моделирование в социологии. Новосибирск, 1969.

Воронов Ю.П. Методы сбора информации в социологическом исследовании. М., 1974.

Гаврилец Ю.Н. Социально-экономическое планирование. Системы и модели. М., 1974.

Гастев Ю.А. Гомоморфизм и модели. Логико-алгебраические аспекты моделирования. М., 1975.

Грин Б.Ф. Измерение установки. – В кн.: Математические методы в современной буржуазной социологии. М., 1966.

Жуков Ю.М. Применение шкалирования в социально-психологических исследованиях. – В кн.: Методология и методы социальной психологии. М., 1977.

Зайцева М.И. Методы шкалирования при измерении установки. – Социальные исследования, вып. 5. М., 1970.

Здравомыслов А.Г. Методология и процедура социологических исследований. М., 1969.

Калмык В.А., Бородкин Ф.М., Спесивцева И.Н. Об оценке привлекательности профессий. – В кн.: Социальные исследования. Новосибирск, 1966.

Каменский В.С. Неметрическое многомерное шкалирование. – В кн.: Прогнозирование развития библиотечного дела в СССР, вып. 3. М., 1973.

Каменский В.С. Методы и модели неметрического многомерного шкалирования. (Обзор). – Автоматика и телемеханика, 1977, № 8.

Клигер С.А. Некоторые ошибки при опросах: постановка вопросов в анкетах и опыт использования шкал. – Социологические исследования, 1974, № 2.

Клигер С.А. Измерительные процедуры в социологическом исследовании. Автореф. канд. дис. М., 1975.

Количественные методы в социальных исследованиях, вып. 8-9. М., 1968.

Косолапов М.С. Классификация методов пространственного представления структуры исходных данных. – Социологические исследования, 1976, № 2.

Кузьмин В.Б., Овчинников С.В. Геометрический подход к обработке результатов измерений в порядковых шкалах.– В кн.: Проблемы педагогической квалиметрии, вып. 2. М., 1975.

Кузьмин В.Б., Овчинников С.В. Модель для измерения в порядковых шкалах.– В кн.: Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях. М., 1974 (Учен. зап. по статистике, т. 26).

Кузьмин В.Б., Орлов А.И. О средних величинах, сравнение которых инвариантно относительно допустимых преобразовании шкал. – В кн.: Статистические методы анализа экспертных оценок. М., 1977 (Учен. зап. по статистике, т. 29).

Манелля А.И., Терехина А.Ю, Статистический анализ типов динамики урожайности сельскохозяйственных культур.– В кн.: Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях. М., 1974.

Мансуров Н.С. Методологические проблемы общественно-психолигических исследований.– В кн.: Методология и методы социальной психологии. М., 1977.

Мартынова Н.В. О многомерном измерении в социологии. – Философские науки, 1970, № 5.

Методологические проблемы теории измерений. Киев, 1966.

Миркин Б.Г. Проблемы группового выбора. М., 1974.

Орлов А.И. О сравнении совокупностей с помощью средних. – В кн.: Методы современной математики и логики в социологических исследованиях. М., 1977.

Орлов А.И. Допустимые преобразования в задаче сравнения средних.–В кн.: Алгоритмы многомерного статистического анализа и их применение. М., 1975.

Орлов А.И. Допустимые средние в некоторых задачах экспертных оценок и агрегирования показателей качества. – В кн.: Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях. М., 1974 (Учен. зап. по статистике, т. 26).

Орлов Ю.М., Шкуркин В.И., Орлова Л.П. Построение теста-вопросника для измерения потребности в достижениях. – В кн.: Вопросы экспериментальной психологии и ее истории. М., 1974.

Осипов Г.В., Андреев Э.П. Методы измерения в социологии. М., 1977.

Ланкова Л.А., Терехина А.Ю., *Шнейдерман М.В.* Классификация научных тем и анализ тематической структуры НИИ на основе экспертных суждении. – В кн.: Статистические методы анализа экспертных опенок. М., 1971.

Прогноз в речевой деятельности. М., 1974.

Пфанцагль И. Теория измерений. М., 1976.

Рабочая книга социолога. М., 1976.

Сатаров Г.А. Об адекватных числовых отношениях. – В кн.: Проблемы педагогической квалиметрии, вып. 2. М., 1975.

Сатаров Г.А. Об описании отношений в теории измерений. – В кн.: Проблемы педагогической квалиметрии, вып. 1. М., 1973.

Ситаров Г.А. Выделение факторов, влияющих на решение контрольных заданий. – В кн.: Проблемы педагогической квалиметрии, вып. 3. М., 1976.

Сатаров Г.А., Каменский В.С. Общий подход к анализу экспертных оценок методами неметрического многомерного шкалирования. – В кн.: Статистические методы анализа экспертных оценок. М., 1977.

Саганенко Г.И. Проблемы устойчивости измерения исходных данных в социологическом исследовании. – Социологические исследования, 1975, № 4.

Стивенс С.С. Математика, измерение, психофизика. – В кн.: Экспериментальная психология, т. 1. М., 1960.

Суппес П., Зинес Дж. Основы теории измерений. – В кн.: Психологические измерения. М., 1967.

Терехина А.Ю. Методы многомерного шкалирования и визуализация данных.– Автоматика и телемеханика, 1973, № 7.

Терехина А.Ю. О двух задачах индивидуального многомерного шкалирования.– Автоматика и телемеханика, 1974, № 4.

Толстова Ю.Н. Корректность функции расстояния относительно типа используемых шкал в социально-экономических задачах. – Экономика и математические методы, 1978, № 3.

Толстова Ю.Н. Адекватность функции расстояния в алгоритмах автоматической классификации. – В кн.: Исследования по вероятностно-статистическому моделированию реальных систем. М., 1977.

Толстова Ю.Н. Адекватность статистик при анализе оценок качества продукции. – Тез. докл. на Всесоюз. науч-техн. конф. «Применение многомерного статистического анализа в экономике и оценка качества продукции». Тарту, 1977.

Толстова Ю.Н. О возможности применения евклидова расстояния при использовании различных шкал. – Тез. докл. на Межреспубл. науч. конф. по применению мат. методов в исслед. учеб, процесса. Вильнюс, 1977.

Торгерсон В.С. Многомерное шкалирование: теория и метод.– В кн.: Статистическое измерение качественных характеристик. М., 1972.

Человек и его работа. М., 1967.

Чередниченко В.В. Применение опроса экспертов для анализа и учета прогностического фона. – Социологические исследования, 1976, № 2.

Щеголев Ю.А. Проблема законности числовых операций на шкалах, применяемых в социологии. – В кн.: Математика и социология. Новосибирск, 1972.

Шубкин В.Н. Социологические опыты. М., 1970.

Ядов В.А. Социологическое исследование. Методология, программа, методы. М., 1972.

Arabie P., Boorman S.A. Multidimensional Scaling of Measures of Distance between Partitions. – J. Math. Psychol., 1973, N 10.

Attitude Measurement. G. Summers (Ed.). Chicago, 1970.

Beals R., Krantz D.H., Tversky A. Foundation of Multidimensional Scaling. – Psychol. Rev., 1968, v. 175.

Bennet I.F., Hayr W.L. Multidimensional Unfolding. Determining the dimensionality of Ranked Preference Data. – Psychometrika, 1960, v. 25.

Bonjean C.M., Hill R., McLemore S.D. Sociological Measurement. San. Francisco, 1967.

Carmone F.J., Green P.E., Robinson P.J. TRICON – an IBM 360/65 FORTRAN IV Program for Triangularization of Cenjoint Data.–J. Market. Res., 1968, v. 5.

Carroll J.D., Chang I. J. Analysis of Individual Differences in Multidimensional Scaling via an N-way Generalization of «Echart-Young» Decomposition. – Psychometrics, 1970, 35, N 3.

Carroll J.D., Wish M. Multidimensional perceptual Models and Measurement methods. – Handbook of Perception, v. 2. N. Y., 1974.

Coombs C.H. Psychological Scaling without a Unit of Measurement. – Psychol. Rev., 1950, 57, 145–158.

Coombs C.H. A Theory of Psychological Scaling. – Eng. Res. Bull., 1952, N 34.

Coombs C.H. An Application of a Nonmetric Model for Multidimensional Analysis of Similarities. – Psychol. Reps, 1958, v. 4.

Coombs C.H. A Theory of Data, 1964, N 4.

Edwards A.L. Techniques of Attitude Scale Contraction. London, 1957.

Eisler H. The Connection between Magnitude and Discrimination Scales and Direct and Indirect Scaling Methods.– Psychometrika, 1965, 30.

Green P.E., Carmone F.I. Multidimensional Scaling and Related Fechniques in Marketing Analysis. Boston, 1970.

Guilford I.P. Psychometric Methods. N. Y., 1954.

Guttman L.A. A General Non-Metric Technique for Finding the Smallest Coordinate Space for a Configuration of Points. – Psychometrika, 1968, v. 33, N 4.

Guttman L.A. Measurement as Structural theory. – Psychometrika, 1971, v. 36.

Hartigan I.A. Representation of Similarity Matrices by Frees. – J. Amer. Statist Assoc., 1967, v.62.

Hevner K. An Empirical Study of Three Psychophisical Methods. – J.Gen.Psychol, 1930, 4

History of Social Research Methods. London, 1974.

Kruskal I.B. Multidimensional Scaling by Optimizing Goodness – of – fit to-a Nonmetric Hypothesis. – Psychometrika, 1964, v. 29, N 1.

Kruskal I.B. Nonmetric Multidimensional Scaling: a Numerical Method. – Psychometrika, 1964, v. 29, N 2.

Lingoes. New Computer Developments in Pattern Analysis and Nonmetric Technique. – Proc. IBM symp.: computers and Psychol. Res. Paris, 1966.

Long I.F., Wilken P.H. A Tully Nonmetric Unfolding Technique: Interval Values from Ordinal Data. In: Measurement in the Social Sciences. Chicago, 1974.

Lorge I. The Fundamental Nature of Measurement. – Educ. Meas. Washington,. 1951.

Mc Gree V. The Multidimensional Analysis of «Elastic» Distance. – Brit J. Math and Statist., Psychol., 1966, v. 19.

Measurement: Definition and Theories. N. Y., 1959.

Measurement in the Social Sciences. H. M. Blalock (Ed.). Chisago, 1974.

Messick S.I. The Perception of Socail Attitudes.–J. Abnormal Soc. Psychol.

1956, v. 52.

Richardson M.W. Multidimensional Psychophysics. – Psychol. Bull., 1938, v. 35.

Rosenberg S., Nelson C., Vivekanantnan P.S. Multidimensional Approach to Structure of Personality Impressions. – J. Personal Soc. Psychol., 1968, v. 9.

Roskam E.E. Metric Analysis of Ordinal Data in Psychology. Holland University of Leiden Press, 1968.

Saffir M. A Comparative Study of Scales Constructed by Three Psychological Methods.– Psychometrika, 1937, v. 2.

Shepard R.N. The Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with Unknown-Distance Function. – Psychometrika, 1962, v. 27, N 2.

Shepard R.N. The Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with Unknown Distance Function. – Psychometrika, 1962, v. 27, N 3.

Shepard R.N., Carroll J.D. Parametric Representation of Nonlinear Data Structure. – Multivariative Analysis, 1966, v. 2, N 4.

Shepard R.N. Representation of Structure in Similarity Data: Problems and Prospects. – Psychometrika, 1974, v. 39, N 4.

Shinn A.M. Relations Between Scales. – Measurement in the Social Sciences. Chicago, 1974.

Thurstone L.L. A Low of Comparative Judgement.– Psychol. Rev., 1927, 34.

Thurstone L.L., Chave E.I. The Measurement of Attitude. Chicago, 1929.

Torgerson W.S. Theory and Methods of Scaling. N. Y., 1957.

Tversky A., Krantz D.H. Dimensional Representation and the Metric Structure of Similarity Data. – J. Math. Psychol., 1970, v. 7.

Young F.W., Torgerson W.S., TORSCA: A FORTRAN IV Program for Shepard-Kruskal Multidimensional Scaling Analysis. – Behav., Sci., 1968, v. 12.

Оглавление